

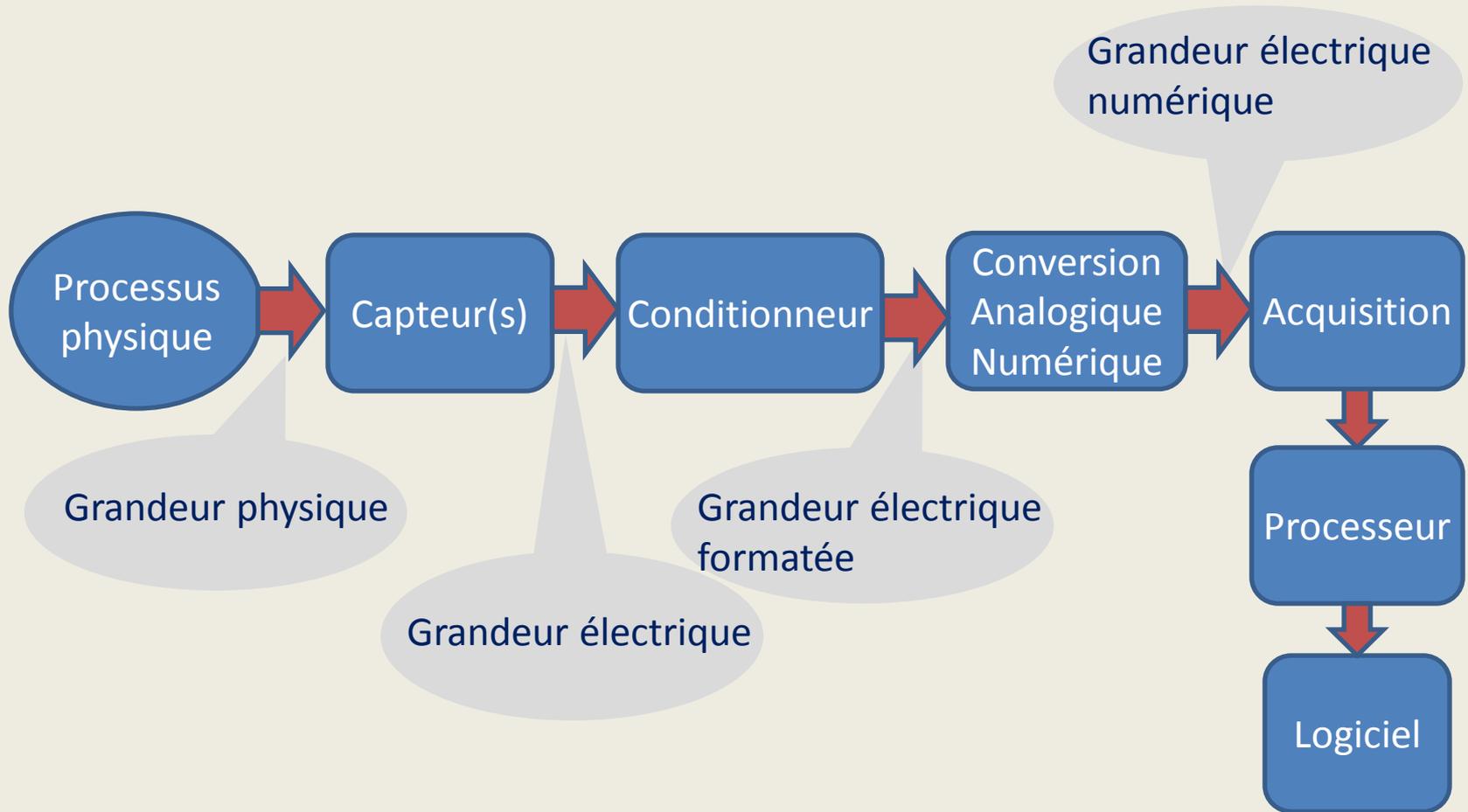
CONDITIONNEMENT DU SIGNAL

Définition du conditionnement

C'est un dispositif qui assure la conversion de la grandeur électrique de sortie du capteur en une grandeur électrique exploitable par l'organe de Traitement.

- Cette définition nécessite la connaissance des capteurs.
- Le conditionneur est un montage électronique qui d'une manière plus générale englobe toute la chaîne instrumentale.

La chaîne instrumentale



Le processus physique (1)

- Que peut-on mesurer ?
 - **Grandeurs spatiales**
 - déplacement linéaire ou angulaire
 - épaisseur
 - présence / absence
 - distance
 - position/altitude absolues
 - niveau
 - surface
 - volume
 - angle
 - vitesse
 - accélération/choc/vibration



Le processus physique (2)

- Que peut-on mesurer ?
 - grandeurs temporelles
 - durée
 - fréquence
 - masse / poids
 - densité
 - allongement / déformation
 - force / couple
 - puissance mécanique
 - etc.



Le processus physique (3)

- Que peut-on mesurer ?
 - grandeurs mécaniques (fluides)
 - pression / vide
 - pression acoustique / son / ultrasons
 - débit
 - vitesse
 - viscosité
 - tension de surface
 - grandeurs thermiques
 - température
 - conductivité thermique
 - flux de chaleur
 - répartition de température (thermographie)



Le processus physique (4)

- Que peut-on mesurer ?
 - grandeurs mécaniques (fluides)
 - pression / vide
 - pression acoustique / son / ultrasons
 - débit
 - vitesse
 - viscosité
 - tension de surface
 - grandeurs thermiques
 - température
 - conductivité thermique
 - flux de chaleur
 - répartition de température (thermographie)



Le processus physique (5)

- Que peut-on mesurer ?
- **grandeurs électromagnétiques**
 - potentiel / différence de potentiel
 - courant
 - énergie / puissance électrique
 - charge électrique
 - champ électrique
 - champ magnétique
 - résistance, capacité, inductance
 - conductivité, permittivité, perméabilité
 - hystérésis
 - déphasage
 - facteur de puissance
 - facteur de qualité



Le processus physique (6)

- Que peut-on mesurer ?
 - grandeurs optiques (rayonnement non ionisant)
 - intensité lumineuse
 - polarisation
 - indice de réfraction
 - couleur / spectre
 - image
 - radioactivité (rayonnements ionisants)
 - quantité de rayonnement émis ou reçu
 - nature des particules
 - énergie



Le processus physique (7)

- Que peut-on mesurer ?
 - grandeurs chimiques
 - composition
 - pH
 - humidité
 - mesures environnementales
 - grandeurs biomédicales
 - bio-potentiels
 - pression sanguine
 - flux sanguin
 - ventilation
 - composition du sang
 - imagerie médicale



Le processus physique (8)

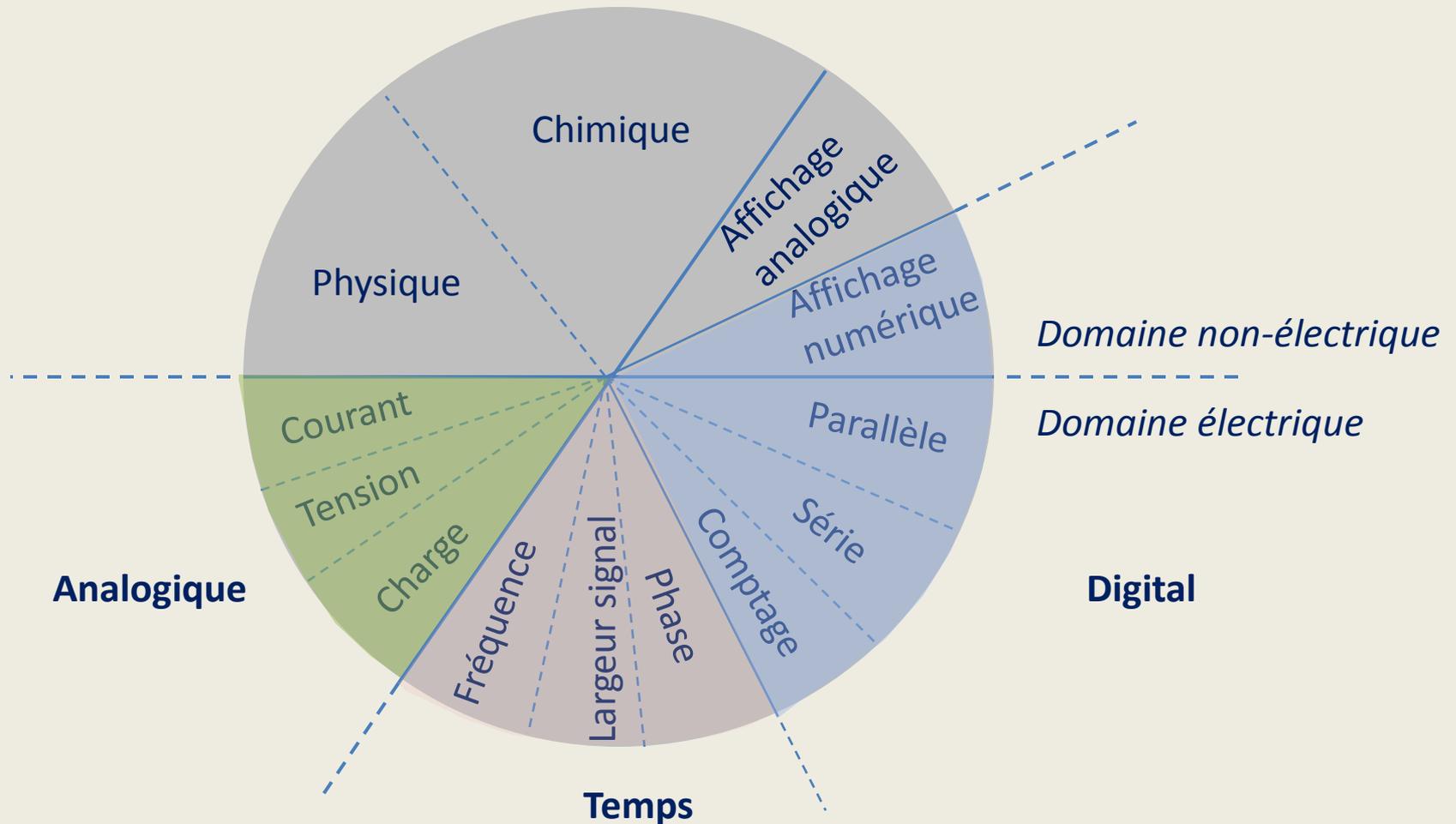
- Que peut-on mesurer ?

Le catalogue des grandeurs physiques mesurables est important...

Pour chaque grandeur, il peut exister de nombreuses solutions.

- On essayera de dégager des grandes familles de mesure.
- On utilisera des capteurs adaptés au processus physique.

Les grandes familles de mesure



Les Capteurs

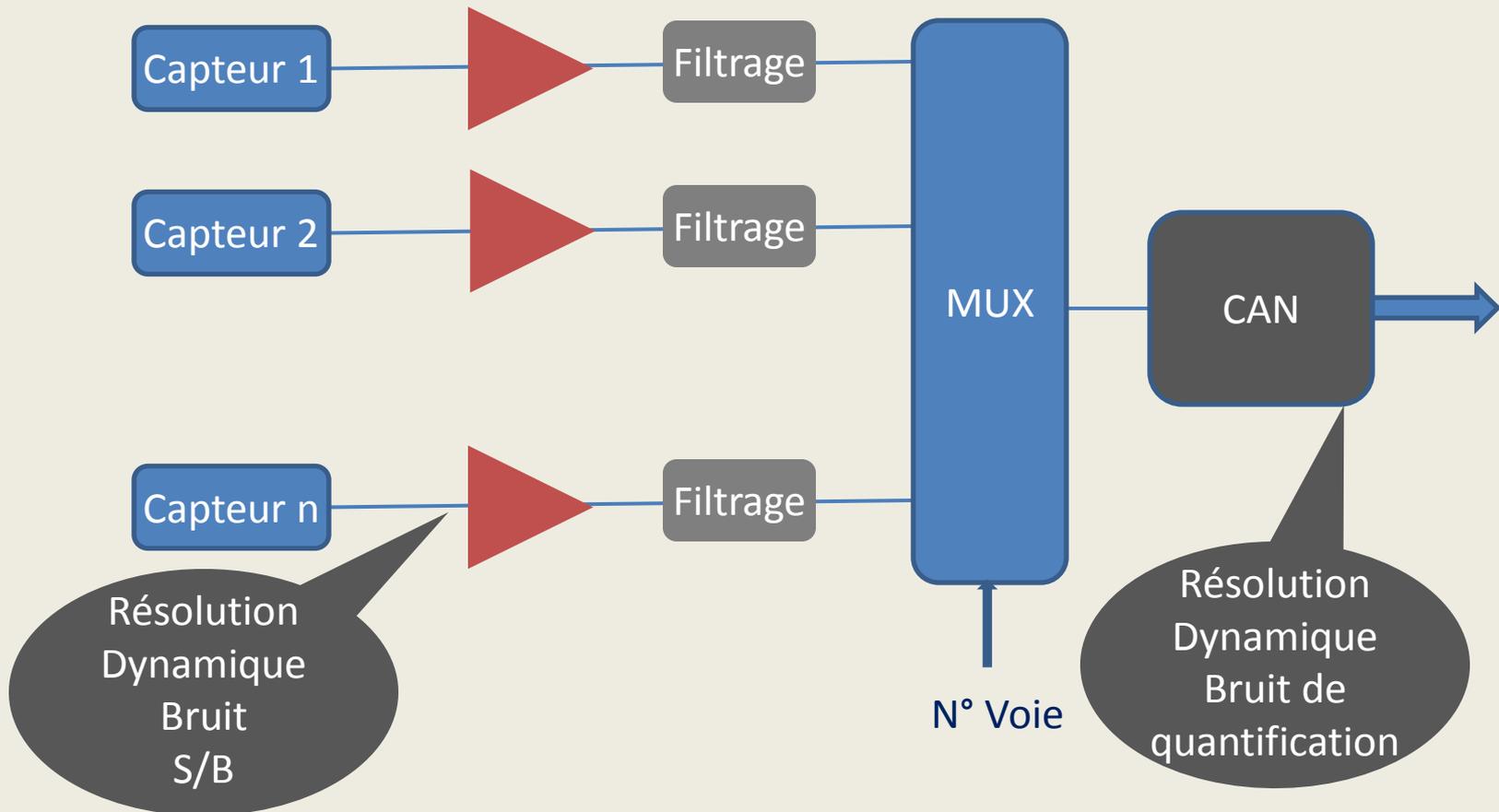
- Il existe un cours sur les capteurs... mais :
 - Le capteur transforme une grandeur physique en grandeur électrique (généralement).
 - Une tension
 - Un courant
 - Une charge électrique
 - Une résistance
 - Une capacité
 - Une inductance
 - Une fréquence
- Le conditionneur sera adapté à la grandeur électrique

Le conditionnement (1)

Les fonctions réalisées par le conditionneur :

- Amplification
- Filtrage
- Alimentation d'un capteur passif
- Isolation galvanique (aucun courant entre 2 parties)
- Multiplexage
- Etc.

Le conditionnement (2)

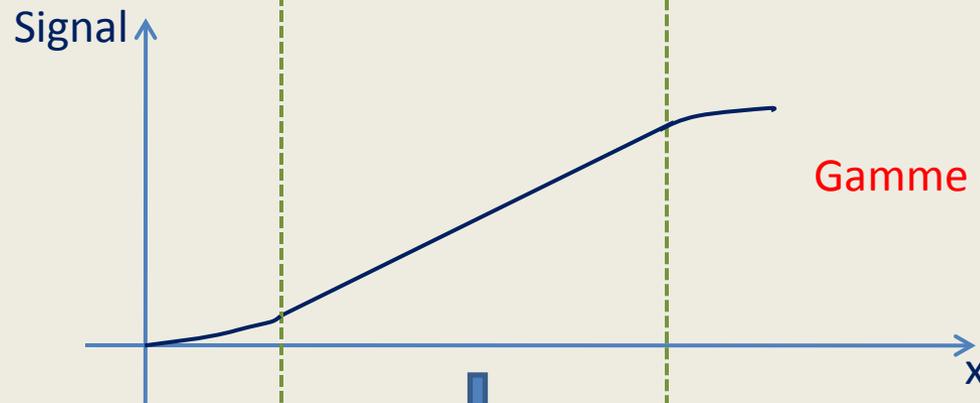
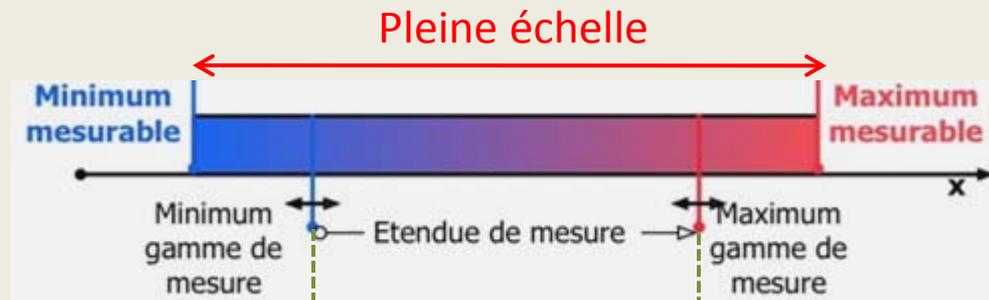


Les paramètres de la mesure

- L'étendue de la mesure ou gamme dynamique
- La résolution
- La sensibilité
- Les erreurs de mesure

L'étendue de la mesure

L'étendue de la mesure ou gamme dynamique



Gamme dynamique = $|\text{Max} - \text{Min}|$

La résolution

La résolution d'un système est la plus petite quantité que l'on peut mesurer.

Par exemple pour un système numérique :

$$R = \frac{\text{Etendue de mesure}}{\text{Nb de points de mesure}}$$

Par exemple pour 1 codage sur 10 bits d'une grandeur dont l'étendue de mesure est 1Volt :

$$R = \frac{1\text{V}}{2^{10}} = \frac{1000\text{mV}}{1024} \approx 1\text{m V}$$

La sensibilité

La sensibilité d'un système est le rapport entre la variation de la valeur du signal de sortie à la variation correspondante du signal fourni par le capteur.

La sensibilité autour d'une valeur donnée G_i est donnée par :

$$S = \left. \frac{dE}{dG} \right|_{G = G_i}$$

Lorsque E et G sont de même nature alors S correspond au gain du système

Les erreurs de mesure

Les erreurs de mesure sont de deux grands types :

- Les erreurs systématiques ou biais de la mesure
 - C'est un décalage entre la valeur vraie et la valeur mesurée (décalage fixe ou à variation lente).
 - Ce type d'erreur est difficile à compenser, nécessite un étalonnage précis de la chaîne de mesure.
- Les erreurs statistiques
 - C'est une variation aléatoire de la valeur mesurée autour de la valeur la plus probable. Cette erreur suit une loi statistique particulière.
(nécessite de connaître le modèle probabiliste du système mesuré)

Les erreurs statistiques

La présence de fluctuations statistiques nécessitent de répéter la mesure un certain nombre de fois :

Soit un ensemble de mesures $\{x_1, x_2 \dots x_n\}$

Considérons qu'il n'y a pas d'erreur systématique.

La meilleure estimation de la mesure est donnée par la moyenne :

$$\hat{x}_n = \frac{x_1 + x_2 \dots + x_n}{n} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$$

Nécessité de faire appel aux variables aléatoires et à leur loi de probabilité

Rappel sur les variables aléatoires et leur loi de probabilité

Soit Ω un espace de probabilité de mesure de probabilité P

On appelle variable aléatoire (réelle) X de Ω dans \mathbb{R} .

$$X: \quad \omega \in \Omega \rightarrow X(\omega) \in \mathbb{R}$$

A chaque possibilité ω on associe une valeur numérique.

Exemple : soit Ω l'ensemble des mesures issues d'un capteur de température, on peut utiliser P pour définir :

$$P(X=2^\circ), P(X \leq 5^\circ), P(6^\circ \leq X \leq 7^\circ)$$

On peut définir une loi de probabilité ou encore une distribution

Variables aléatoires discrètes (1)

Une variable aléatoire discrète ne prend qu'un nombre fini ou dénombrable de valeurs.

La loi est donnée par la liste des probabilités ou par une formule générale permettant de calculer les probabilités ponctuelles.

Condition nécessaire : La probabilité totale = 1 : $\sum_{i=1}^k p_i = 1$

Exemple 1 : On lance 3 pièces de monnaie (Ω comprend 8 événements élémentaires de probabilité 1/8).

Exemple 2 : Soit une variable aléatoire $X: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ et $X(\omega)$ est le nombre de côtés piles (pièce de monnaie) de l'événement ω .

Variables aléatoires discrètes (2)

Les valeurs prises par X sont 0,1,2,3 côtés piles.

La loi de probabilité est la liste des probabilités :

$P(X=0)=1/8$, $P(X=1)=3/8$, $P(X=2)=3/8$, $P(X=3)=1/8$

PPP 3

PPF 2

PFP 2

PFF 1

FPP 2

FPF 1

FFP 1

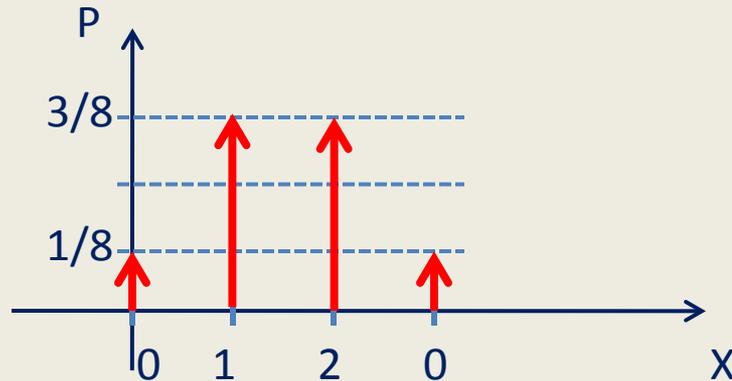
FFF 0

Histogramme

De l'exemple précédent :

(PPP 3) (PPF 2) (PFP 2) (PFF 1) (FPP 2) (FPF 1) (FFP 1) (FFF 0)

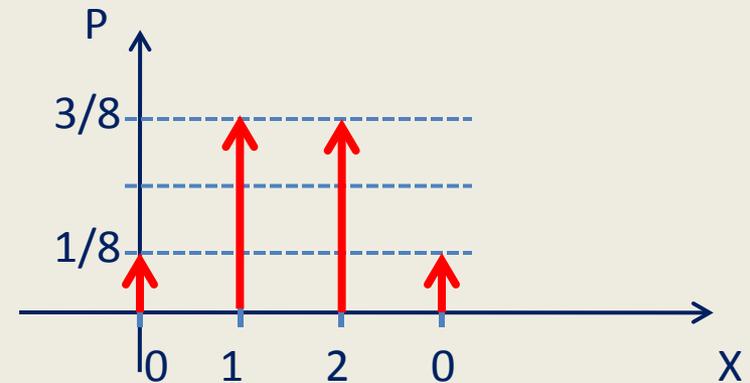
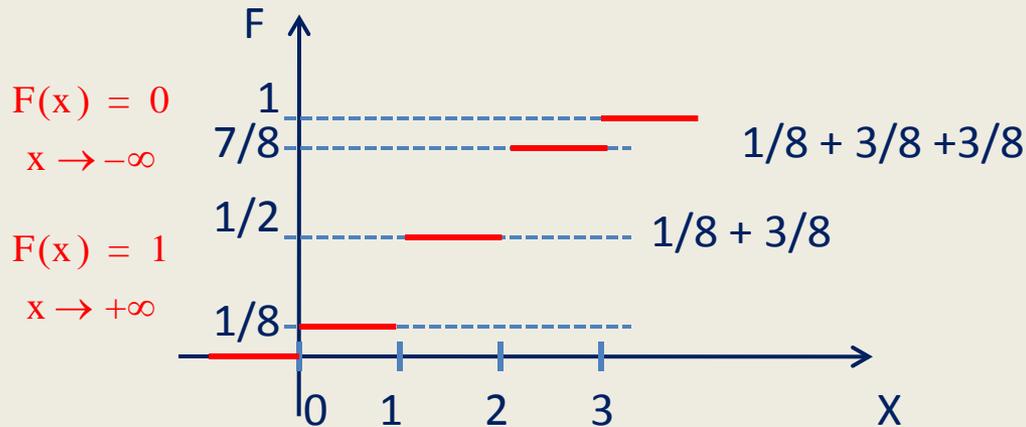
Réalisons le diagramme suivant (Histogramme en batons) : En abscisse la variable X (0,1,2,3) et en ordonnée, la probabilité ou le nombre d'occurrence.



Fonction de répartition

On peut définir la fonction suivante, appelée **fonction de répartition** qui associe à toute variable aléatoire X et pour tout réel x :

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_j \leq x} P_j$$



Histogramme et classes

Lorsque les valeurs des données sont relativement proches, il est possible de les regrouper au sein d'une même **classe**.

Généralement on utilise des classes de même largeur. Connaissant le nombre de données **N**, on peut trouver le nombre de classe par la formule suivante :

$$K = 1 + \frac{10 \log(N)}{3}$$

Ou plus simplement : $K = \sqrt{N}$

Par exemple, si l'on doit effectuer un histogramme avec **N=64** on trouve **K=7** avec la première formule et **K=6** avec la seconde.

Les moments d'une variable aléatoire (1)

L'espérance mathématique

- L'espérance mathématique caractérise la tendance centrale d'une distribution de probabilités.
- Lorsque l'on répète une épreuve et que l'on observe les valeurs prises par la variable aléatoire X , une opération naturelle est de calculer la moyenne des valeurs observées.
- L'espérance mathématique calcule la moyenne en pondérant les valeurs prises par leur probabilité

Les moments d'une variable aléatoire (2)

L'espérance mathématique

$$E[X] = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P(X=x_i) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P_i$$

Exemple : Une variable aléatoire X prend les valeurs suivantes :

Valeur	0	2	4
Probabilité	21/32	6/32	5/32

$$E[X] = \sum_{i=1}^n x_i \cdot P_i = 0 \times \frac{21}{32} + 2 \times \frac{6}{32} + 4 \times \frac{5}{32} = 1$$

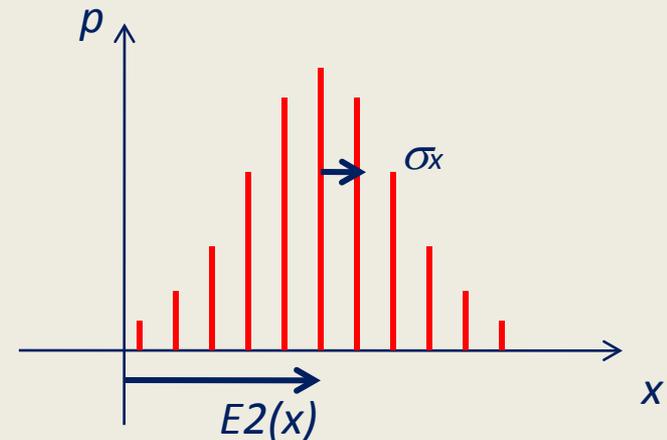
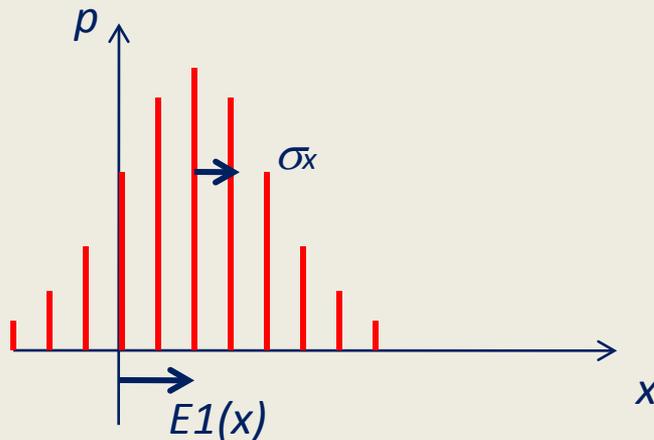
Les moments d'une variable aléatoire (3)

Variance et écart type

- La variance caractérise la dispersion des données.
- Soit X une variable aléatoire discrète $P(X=x_i) = p_i$
- La variance est un nombre réel positif :

$$\text{Var}(X) = E[X - E(X)]^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^2 \cdot p_i = \sigma_X^2$$

- σ_x est l'écart type



Les moments d'une variable aléatoire (4)

Variance et écart type

$$\text{Var}(X) = E[X - E(X)]^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - E(X))^2 \cdot p_i = \sigma_X^2$$

Exemple : Une variable aléatoire X prend les valeurs suivantes :

Valeur	0	2	4
Probabilité	21/32	6/32	5/32

$$\sigma_X^2 = (0 - 1)^2 \cdot \frac{21}{32} + (2 - 1)^2 \cdot \frac{6}{32} + (4 - 1)^2 \cdot \frac{5}{32} = \frac{21}{32} + \frac{6}{32} + \frac{45}{32} \approx 2,25$$

$$\sigma_X \approx 1,5$$

Variables aléatoires continues (1)

- On appelle **variable aléatoire continue**, une variable aléatoire qui peut prendre toutes les valeurs d'un intervalle borné, ou une demi-droite ou encore \mathbb{R} tout entier.
- *Exemple* : le temps de désintégration d'un atome radioactif.
- **La notion de base est la probabilité d'intervalle : $P(a < X \leq b)$**

On pourra calculer $P(a < X \leq b)$ ou encore $P(X < b)$ mais $P(X=b) = 0$ pour une loi continue (un point existe mais sa longueur est nulle).

Comme dans le cas discret : $F(x) = P(X \leq x)$

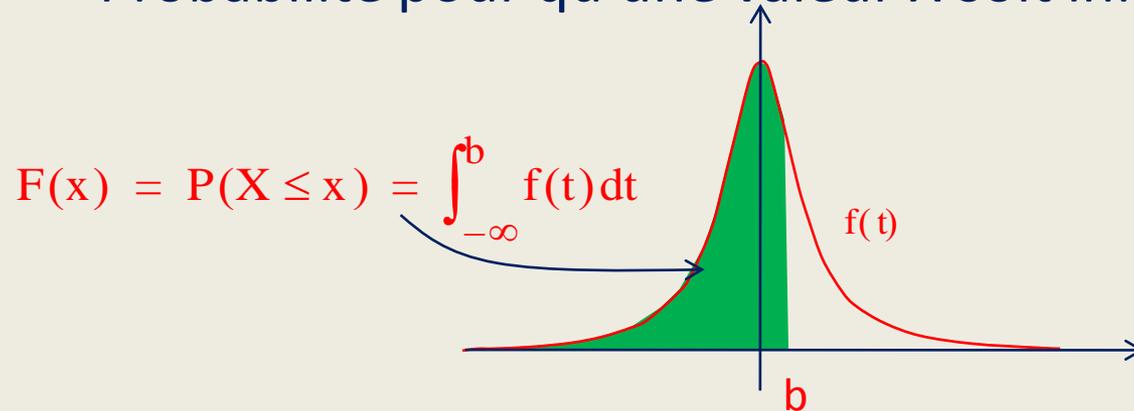
C'est une probabilité d'intervalle. $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0 \qquad \lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 1$$

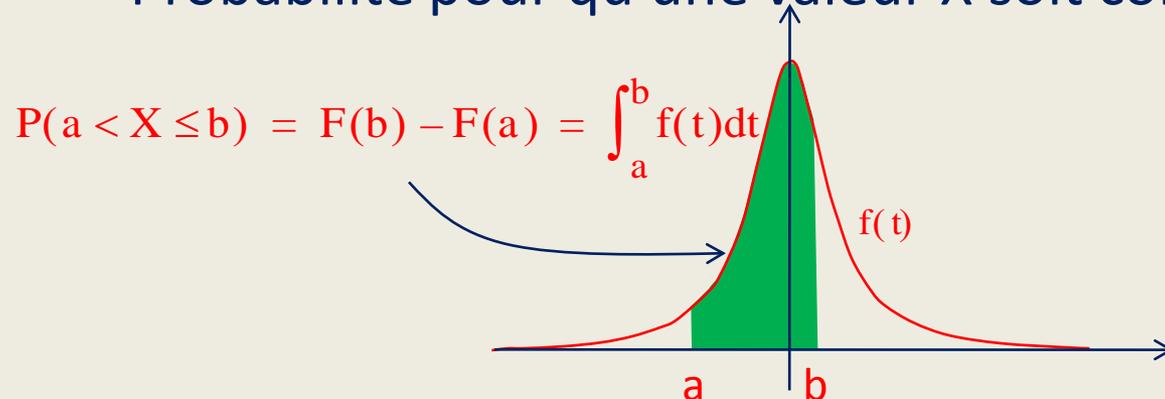
La dérivée $f(x) = F'(x)$ s'appelle **densité de probabilité**

Variables aléatoires continues (2)

- Probabilité pour qu'une valeur X soit inférieure à b



- Probabilité pour qu'une valeur X soit comprise entre a et b



Variables aléatoires continues (4)

$$P(a < X \leq b) = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x) dx$$

La condition que la probabilité totale soit égale à 1 est telle que : $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$

Espérance mathématique : $E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx$

Variance et écart type : $\text{Var}(X) = E[X - E(X)]^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - E(x))^2 \cdot f(x) dx = \sigma_X^2$

La loi normale ou loi de Gauss

De nombreuses mesures expérimentales suivent une loi normale.

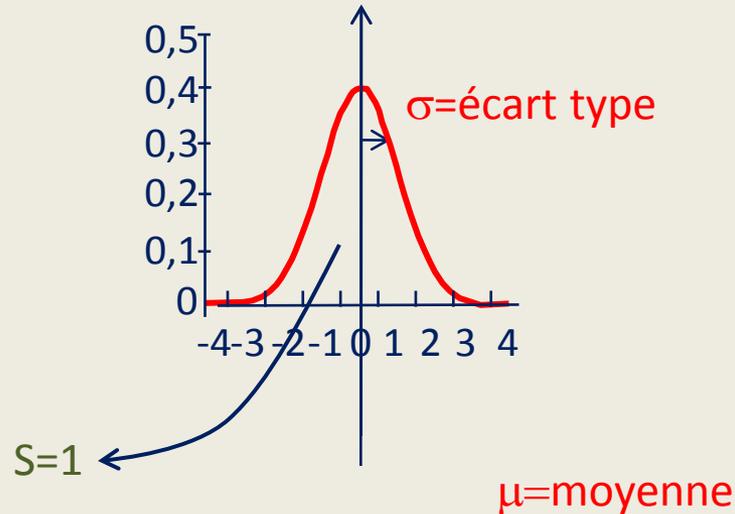
Cette loi est caractérisée par 2 paramètres :

- Une valeur moyenne μ
- Un paramètre de dispersion σ (l'écart type)

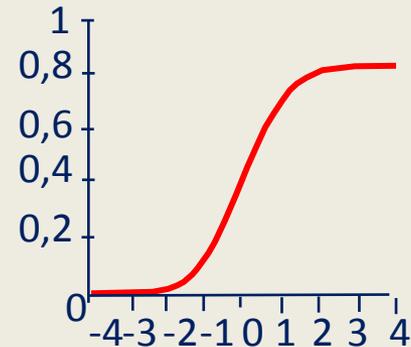
$$y = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{x - \mu}{\sigma} \right]^2}$$

La loi normale ou loi de Gauss

Densité de probabilité
d'une variable aléatoire
de loi normale centrée et réduite

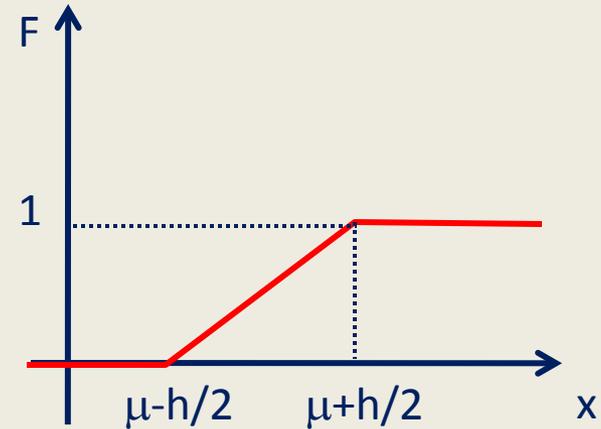
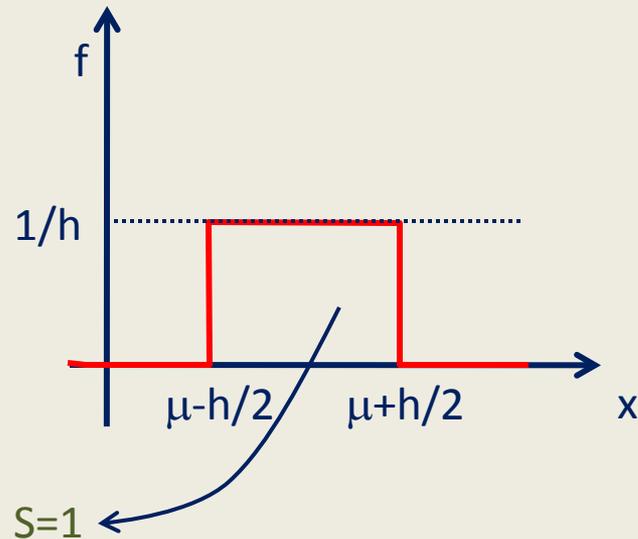


Fonction de répartition
d'une variable aléatoire
de loi normale centrée et réduite



$$y = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{x - \mu}{\sigma} \right]^2}$$

La loi uniforme



La surface sous la courbe est égale à 1

$$E[X] = \mu$$

$$V[X] = \frac{h^2}{12}$$

$$\sigma(X) = \frac{h}{\sqrt{12}}$$

Précision et exactitude (1)

Quelle est la validité des mesures que l'on a effectuée ?

Pour cela, il est nécessaire d'évaluer certaines caractéristiques telles que :

- **Justesse (ou Exactitude)**
- **Fidélité (ou Précision)**
 - Répétabilité
 - Reproductibilité
- **Justesse et Fidélité**
- **Robustesse**
 - Rugosité

Précision et exactitude (2)

Ces concepts font appels à des objets de statistique descriptive comme :

- La variance
- L'écart type
- L'intervalle de confiance
- Le test d'hypothèse
- Les lois de distribution

Les erreurs expérimentales (1)

Les erreurs expérimentales sont de deux types :

- Les erreurs systématiques
 - Biais, varient dans le même sens par rapport à la moyenne.
 - Affectent l'exactitude (la justesse).
- Les erreurs statistiques
 - Se répartissent de part et d'autre de la valeur moyenne.
 - Matérialisées par la variance et l'écart type.
 - Affectent la fidélité (précision).
 - Nécessité de réduire σ_X^2

Les erreurs expérimentales (2)

Justesse, fidélité et erreur

4 opérateurs A, B, C, D mesurent des résistances de 100 ohms

A	B	C	D
100,8	98,8	101,9	100,4
101,1	101,4	97,9	99,8
100,9	100,2	96,9	100,2
101,0	98,0	100,5	99,7
101,2	102,1	97,8	100,4

Les erreurs expérimentales (3)

Justesse, fidélité et erreur

	A	B	C	D
	100,8	98,8	101,9	100,4
	101,1	101,4	97,9	99,8
	100,9	100,2	96,9	100,2
	101,0	98,0	100,5	99,7
	101,2	102,1	97,8	100,4
	Inexact	Exact	Inexact	Exact
Moyenne	101	100,1	99	100,1
Ecart type	0,16	1,72	2,1	0,33
	Précis	Imprécis	Imprécis	Précis

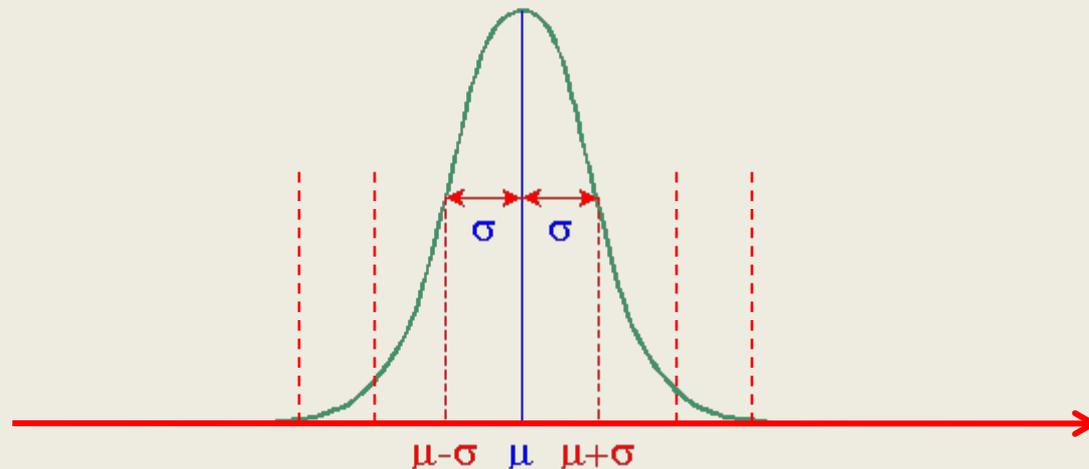
$$E(X) = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 x_i$$

$$\text{Var}(X) = E[X - E(X)]^2 = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - E(X))^2$$

Une moyenne exacte peut être affectée d'une imprécision

Intervalle de confiance

L'intervalle de confiance permet d'encadrer un résultat.
Exemple de la loi normale.



**Probabilité = 99,73% pour que x
soit compris dans l'intervalle $\mu \pm 3 \sigma$**

La justesse

Un capteur ou plus généralement un instrument de mesure est d'autant plus juste que les valeurs indiquées sont proches des valeurs théoriques vraies.

- La justesse est évaluée statistiquement, en analysant un grand nombre de mesures. **L'espérance mathématique $E(X)$ doit être proche de la valeur théorique.**
 - Ceci implique que les erreurs systématiques **sont nulles** et que l'erreur statistique **est nulle en moyenne.**
- La justesse est également appelée **exactitude.**

$$J = \bar{m} - V$$

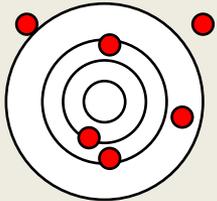
Valeur vraie

Moyenne arithmétique d'un grand nombre de mesures

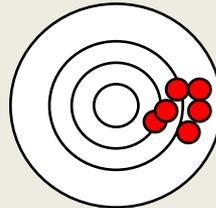
La fidélité (précision)

- La précision représente l'accord de la série de mesures.
- La précision est l'aptitude d'un instrument à donner des mesures dont la dispersion est faible.
 - La précision est évaluée statistiquement.
 - La précision implique que la variance de la série de mesure est faible.
- La précision est également appelée fidélité.

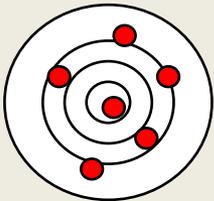
La justesse et la fidélité



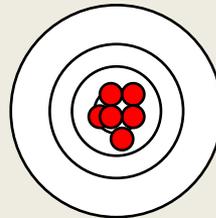
Ni juste, ni fidèle



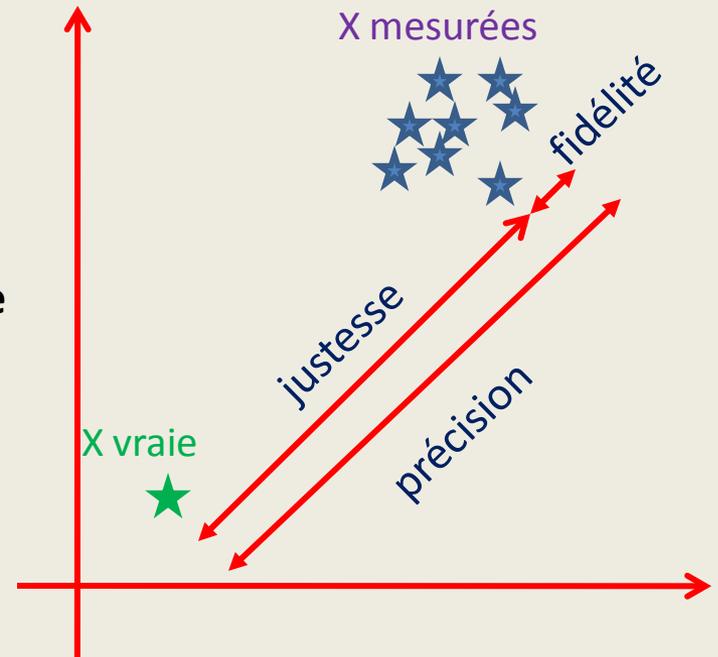
Pas juste mais fidèle



Juste mais pas fidèle



Juste et fidèle



La répétabilité

La répétabilité permet d'évaluer les mesures effectuées par un même opérateur, dans le même contexte (intervalle de temps réduit).

- C'est une mesure de dispersion statistique.
- La variance ou l'écart type sont utilisés pour évaluer la répétabilité.

La reproductibilité

La reproductibilité permet d'évaluer des lots de mesures issus d'opérateurs différents.

- C'est une mesure de dispersion statistique.
- La variance ou l'écart type sont utilisés pour évaluer la reproductibilité.

Propriétés dynamiques (1)

Le fonctionnement d'un capteur peut être statique ou dynamique.

Mode statique : L'évolution au cours du temps est nulle ou très lente.

Mode dynamique : évolution au cours du temps de la grandeur à mesurer. Nécessite de tenir compte de la bande passante et de caractériser la vitesse de réponse du capteur/système

Propriétés dynamiques (2)

- **Réponse en fréquence: $G(\nu)$**
 - Variation de la sensibilité en fonction de la fréquence.
 - Réponse en fréquence = amplitude + phase.
 - A priori : limite basse fréquence et limite haute fréquence.
- **Bande passante**
 - Gamme de fréquence dans laquelle le capteur et son conditionneur est utilisable.
 - Définie par un affaiblissement de 3dB de la réponse en fréquence.

Propriétés dynamiques (3)

- **Réponse impulsionnelle : $h(t)$**
 - Réponse temporelle à une impulsion brève sur la grandeur d'entrée.
 - Intimement liée à la réponse en fréquence (transformée de Fourier).
- **Ordre du système**
 - Ordre de la dérivée la plus élevée dans l'équation différentielle du système.
 - Grande majorité des capteurs : premier ou second ordre.

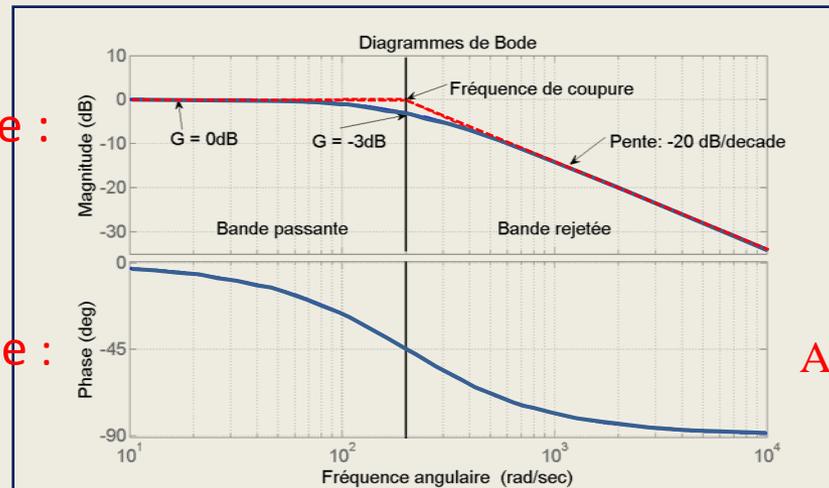
Propriétés dynamiques (4)

Système du premier ordre

- Défini par une équation diff. du premier ordre : $\tau \frac{dS(t)}{dt} + S(t) = G(0) \cdot X(t)$
 - Tau (temps) est la constante de temps du système.
 - $G(0)$ est le gain statique du système.

Réponse en fréquence :

Phase :



$$|G(\nu)| = \frac{G(0)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)^2}}$$

$$\text{Arg}[G(\nu)] = -\text{Arctg}\left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)$$

Propriétés dynamiques (4)

Système du deuxième ordre

- Défini par une équation diff. du deuxième ordre :

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2}{dt^2} S(t) + 2 \frac{\xi}{\omega_0} \frac{d}{dt} S(t) + S(t) = G(0) \cdot X(t)$$

$$\text{Avec : } \left(2 \frac{\xi}{\omega_0}\right)^2 - \frac{4}{\omega_0^2} < 0$$

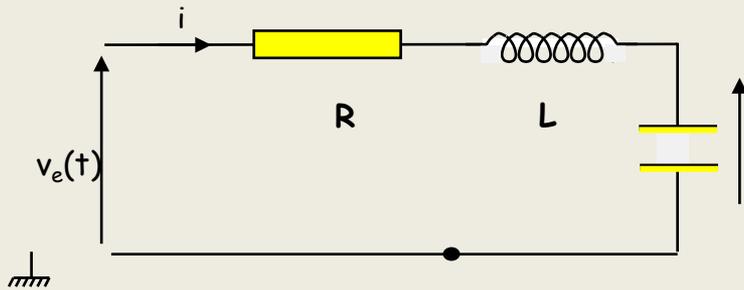
$$\text{Soit : } |\xi| < 1$$

$\omega_0 = 2\pi\nu_0$ pulsation (fréquence) propre du système non-amorti

ξ Facteur d'amortissement

$G(0)$ Gain statique du système

Propriétés dynamiques (5)



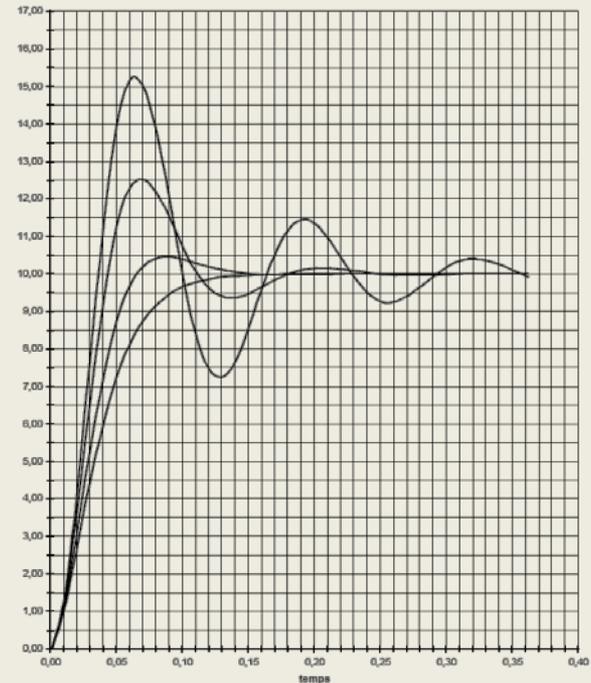
$$LC \frac{d^2 S(t)}{dt^2} + RC \frac{d S(t)}{dt} + S(t) = X(t)$$

Exemple de réponse indicielle pour différents facteurs d'amortissement ξ

$$\xi = \frac{R}{2\sqrt{\frac{L}{C}}}$$

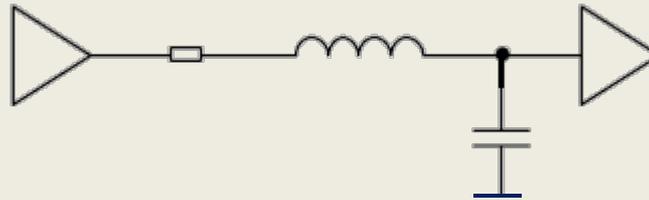
Un circuit du second ordre est une source potentielle d'oscillations !

- Solution : **diminuer** L , en limitant la longueur des fils. ($\sim 10\text{nH/cm}$)

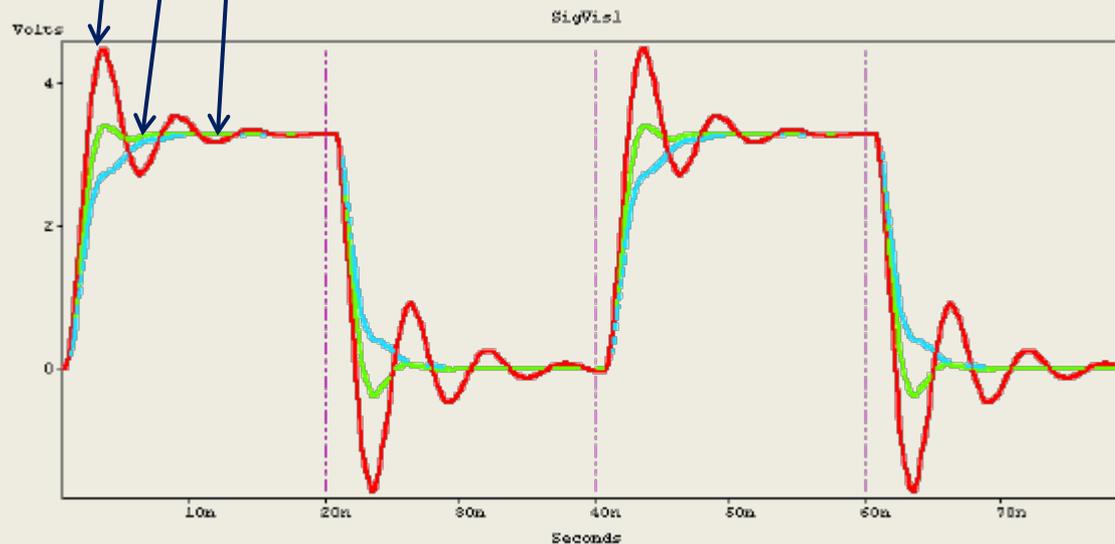


Propriétés dynamiques (6)

Conséquence : sur-oscillation (overshoot)

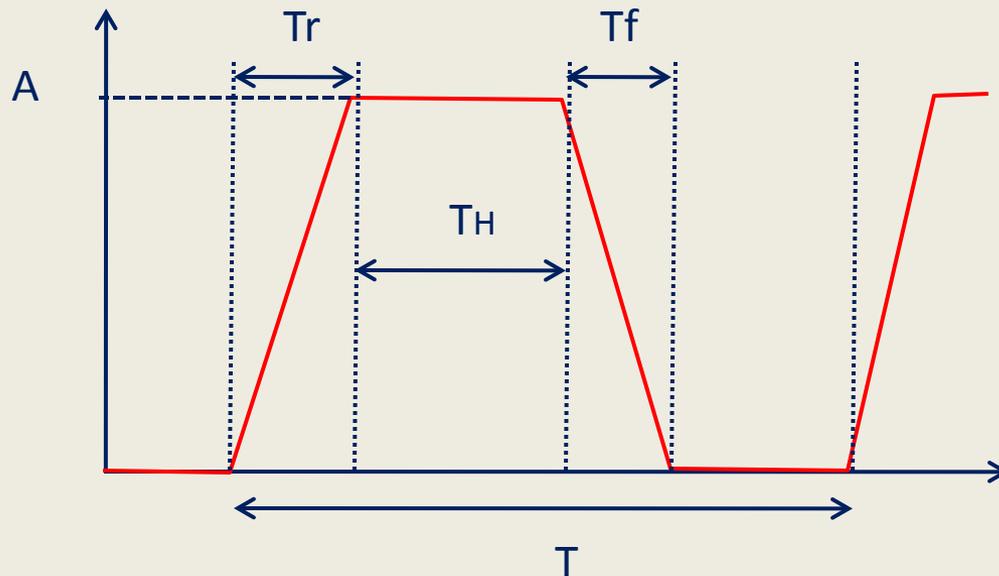


$$\xi = \frac{R}{2\sqrt{\frac{L}{C}}} = 0,1 / 0,5 / 1$$



Répartition spectrale

- Considérons un signal trapézoïdal
Quelle est sa représentation spectrale ?



Répartition spectrale (1)

Prenons $T_r = T_f = t_m > 0$

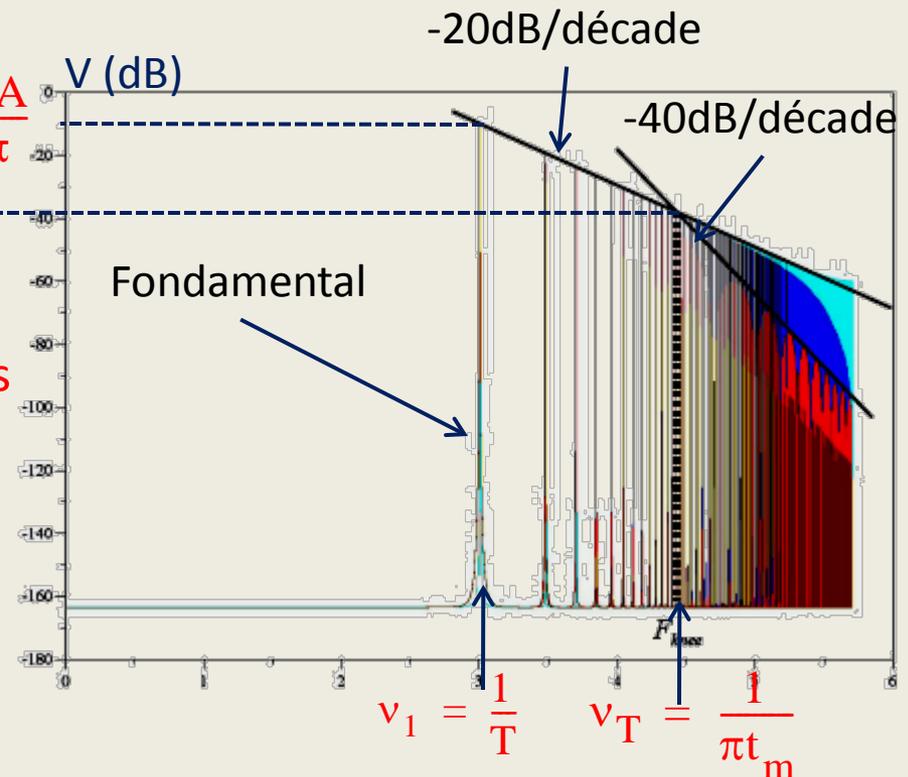
Les harmoniques décroissent selon 2 pentes.

$$V_1 = \frac{2A}{\pi}$$

$$V_T = \frac{2At_m}{T}$$

Dans la zone à -40dB/décade les amplitudes harmoniques sont données par :

$$V_i = \frac{V_T}{\left(\frac{v_i}{v_T}\right)^2}$$



Répartition spectrale (2)

Considérons un signal trapézoïdal : $\nu = 25\text{MHz}$ $A = 3,14\text{V}$ $t_m = 2\text{ns}$

Calculons les amplitudes des harmoniques 5 (125MHz) et 9 (225MHz).

Amplitude du fondamental : $V_1 = \frac{2A}{\pi} = \frac{2 \cdot 3,14}{\pi} = 2\text{V}$

Amplitude harmonique 5 : $V_5 = \frac{V_1}{5} = 0,4\text{V}$

Fréquence de coupure ν_T : $\nu_T = \frac{1}{\pi t_m} = \frac{1}{\pi \cdot 2} = 160\text{M Hz}$

Amplitude pour $\nu = \nu_T$: $V_T = \frac{2At_m}{T} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 2}{40} = 0,314\text{ V}$

Amplitude harmonique 9 : $V_i = \frac{V_T}{\left(\frac{\nu_i}{\nu_T}\right)^2} = \frac{0,314}{(225/160)^2} = 0,16\text{ V}$

Conversion du signal

Cas des capteurs délivrant :

- Un courant
- Une charge

Cas des capteurs à variation :

- De résistance
- réactive

Bases de conception de circuits

Les circuits de base sont nécessaires lorsque la grandeur à mesurer est de faible niveau et ne peut pas être lue directement.

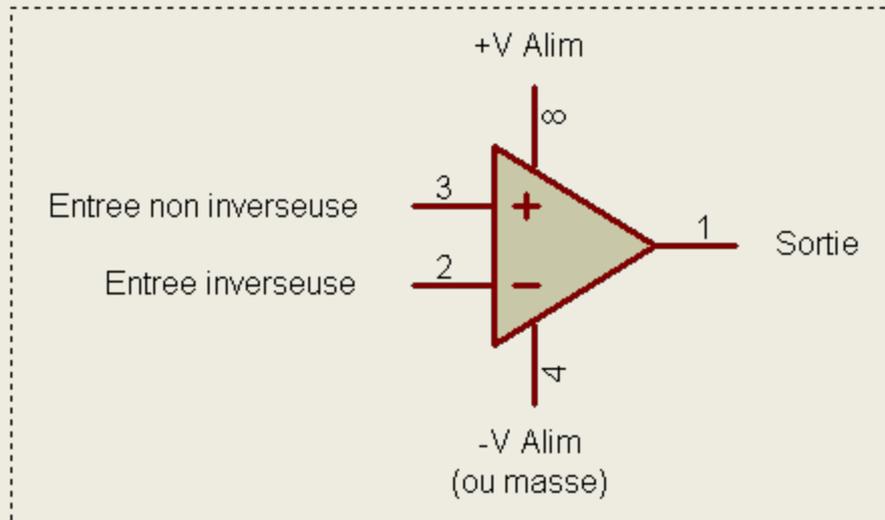
- On parle alors de circuit de base bas niveau.
- Généralement, la grandeur de bas niveau, est entachée d'un bruit, qu'il faudra limiter.

Les circuits de base vont transformer la grandeur d'entrée (V, I, Q) en une tension proportionnelle à cette grandeur.

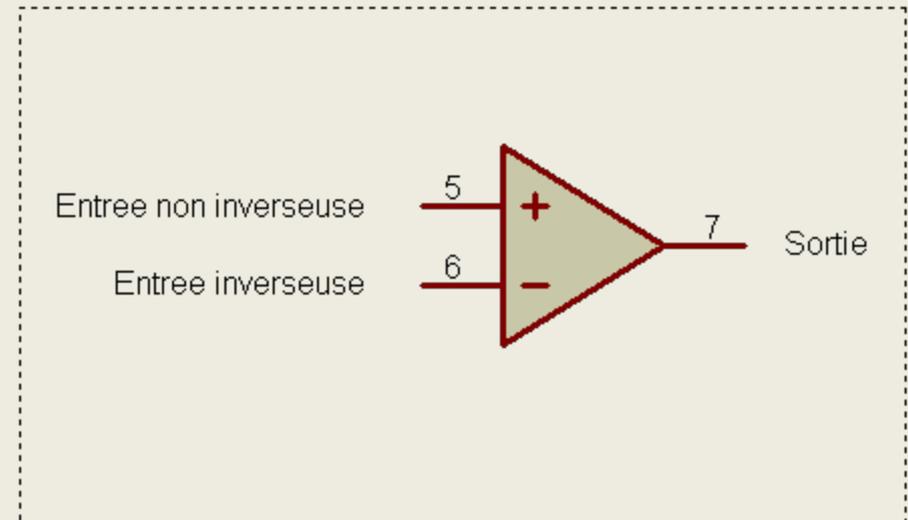
Ces conditionneurs s'apparentent aux appareils de mesure bas niveau (millivoltmètre, pico-ampèremètre ou électromètre/pico-coulombmètre).

Amplificateur opérationnel de base (1)

Représentation avec les broches d'alimentation :

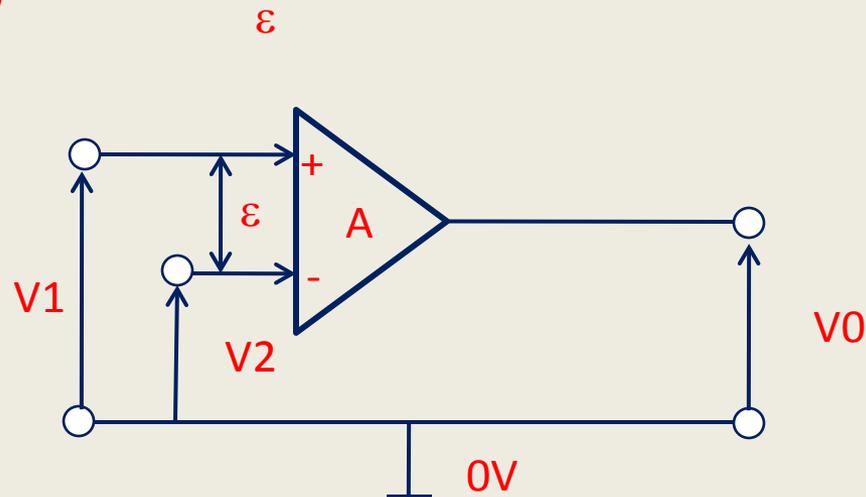


Représentation sans les broches d'alimentation :



Amplificateur opérationnel de base (2)

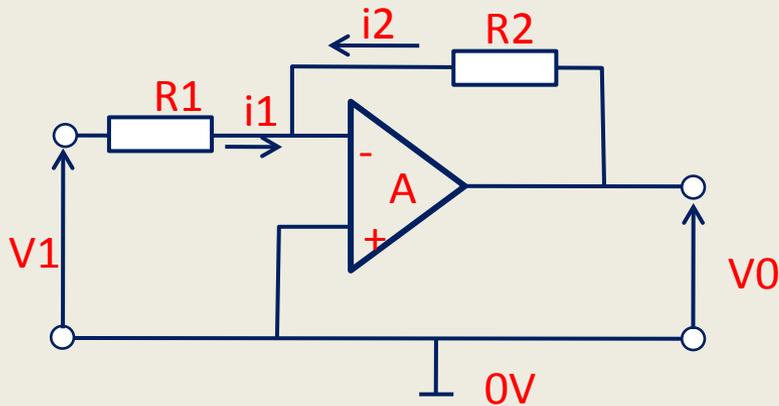
- $V_0 = A(V_1 - V_2)$



- A est très grand (minimum de 10^4 à 10^5)
- Les courants entrants dans l'AOP $\rightarrow 0$ $Z_{in} \rightarrow \infty$
- Une contre réaction va s'assurer que $(V_1 - V_2) = \epsilon \rightarrow 0$

Amplificateur opérationnel de base (3)

- Amplificateurs de tension (inverseur et non-inverseur)

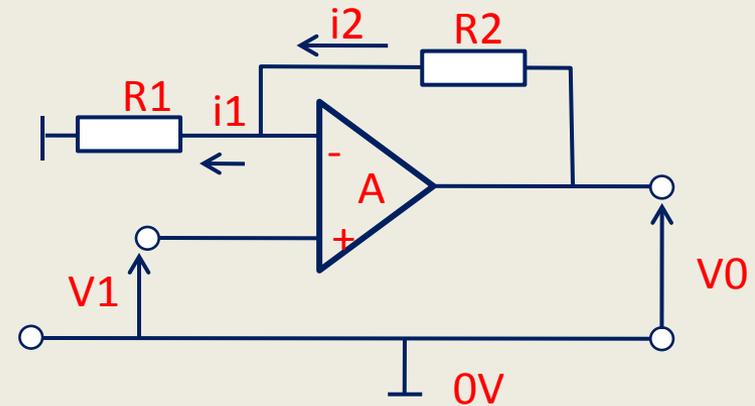


$$i_1 + i_2 = 0$$

$$i_1 = \frac{V_1}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{V_0}{R_2}$$

$$\frac{V_0}{V_1} = -\frac{R_2}{R_1}$$



$$i_1 = i_2$$

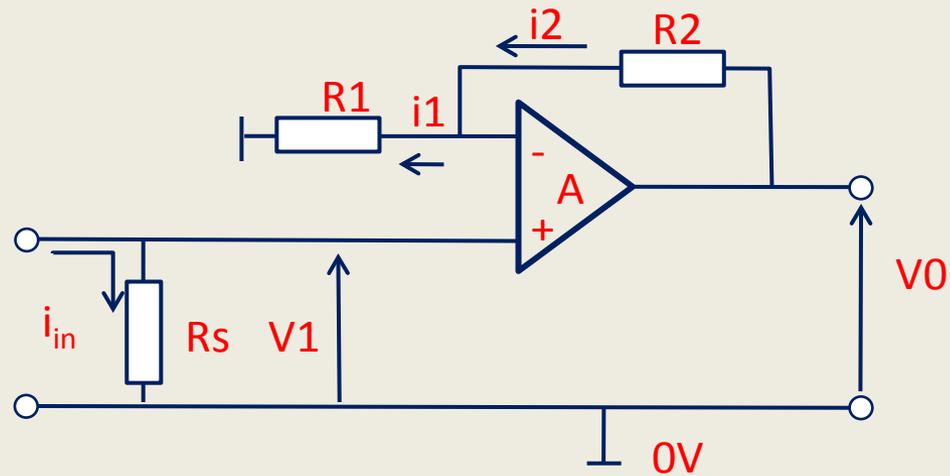
$$i_1 = \frac{V_1}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{V_0 - V_1}{R_2}$$

$$\frac{V_0}{V_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Amplificateur opérationnel de base (4)

- Lecture d'un courant montage shunt



$$V_1 = I_{in} R_s$$

$$\frac{V_0}{V_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$V_0 = I_{in} R_s \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

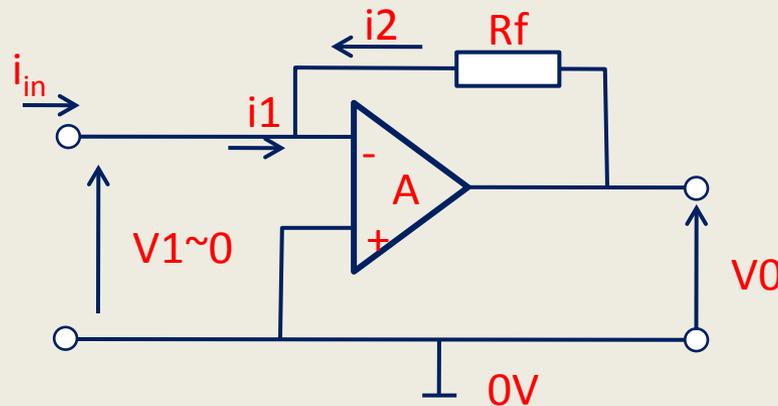
R_s doit être de faible valeur :

- Meilleure précision et stabilité.
- Limite la constante de temps de l'entrée (rapidité)

Mais si R_s faible, le rapport S/B se dégrade

Amplificateur opérationnel de base (5)

- Lecture d'un courant montage à contre réaction



$$\begin{aligned}i_{in} &= i_1 \\V_0 &= -i_{in} \cdot R_f\end{aligned}$$

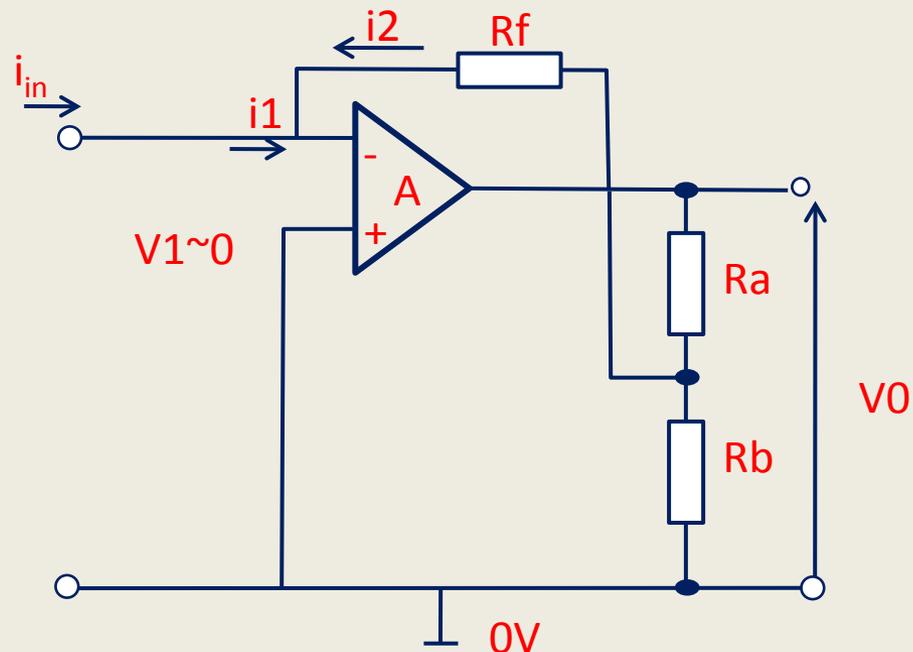
Amplificateur opérationnel de base (6)

- Lecture d'un courant montage à contre réaction (variante)
 - Multiplication par un facteur supplémentaire.

$$V_{Rb} = V_0 \frac{Rb}{Ra + Rb}$$

$$V_{Rb} = -i_{in} \cdot R_f$$

$$V_0 = i_{in} \cdot R_f \left(1 + \frac{R_a}{R_b} \right)$$

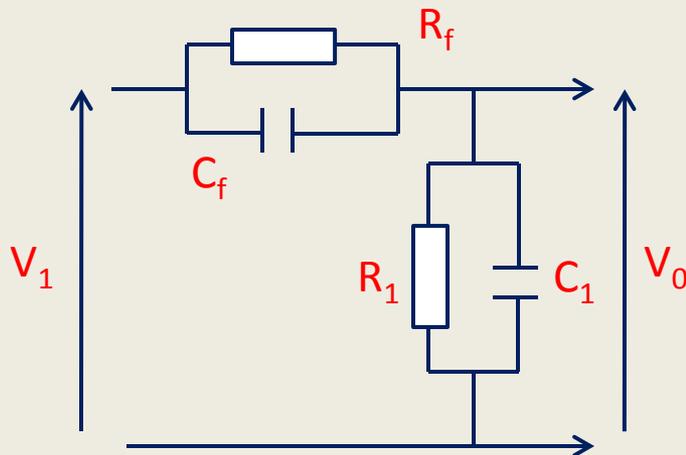


Pico-ampèremètre rapide (1)

- La vitesse d'un amplificateur de courant est limitée par la constante de temps $R_f \times C_f$.

Dans le cas où C_f est une capacité parasite (pistes, câblage, etc.), il est possible de neutraliser cette capacité.

Montage préliminaire :



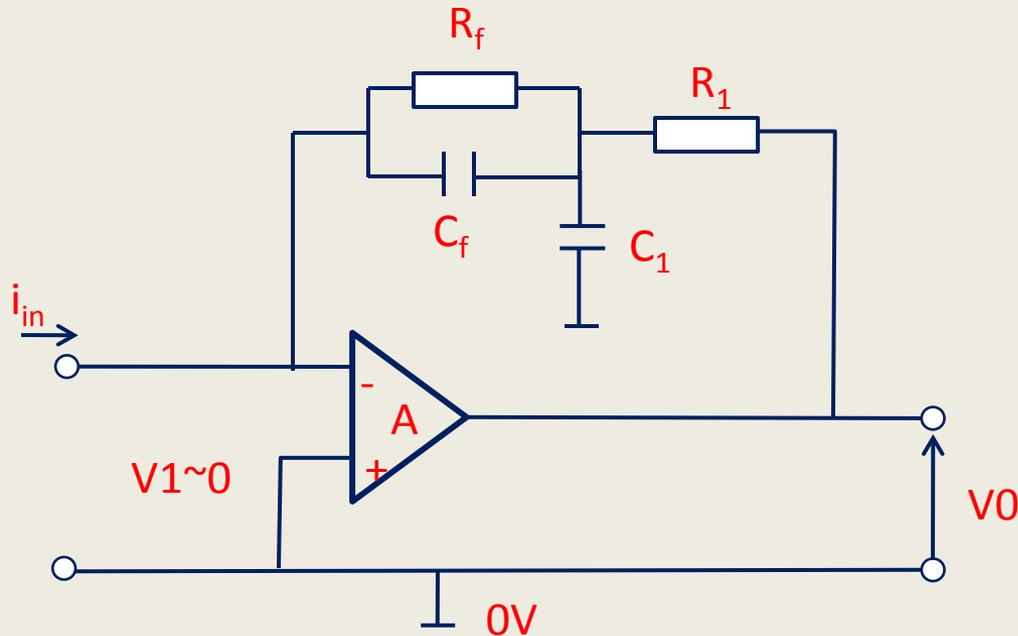
$$\frac{V_0}{V_1} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_f} = \frac{\frac{R_1}{1 + R_1 C_1 p}}{\frac{R_1}{1 + R_1 C_1 p} + \frac{R_f}{1 + R_f C_f p}} = \frac{R_1}{R_1 + R_f \frac{1 + R_1 C_1 p}{1 + R_f C_f p}}$$

Si $R_f \times C_f = R_1 \times C_1$ le rapport V_0/V_1 ne dépend plus que des résistances :

$$\frac{V_0}{V_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_f}$$

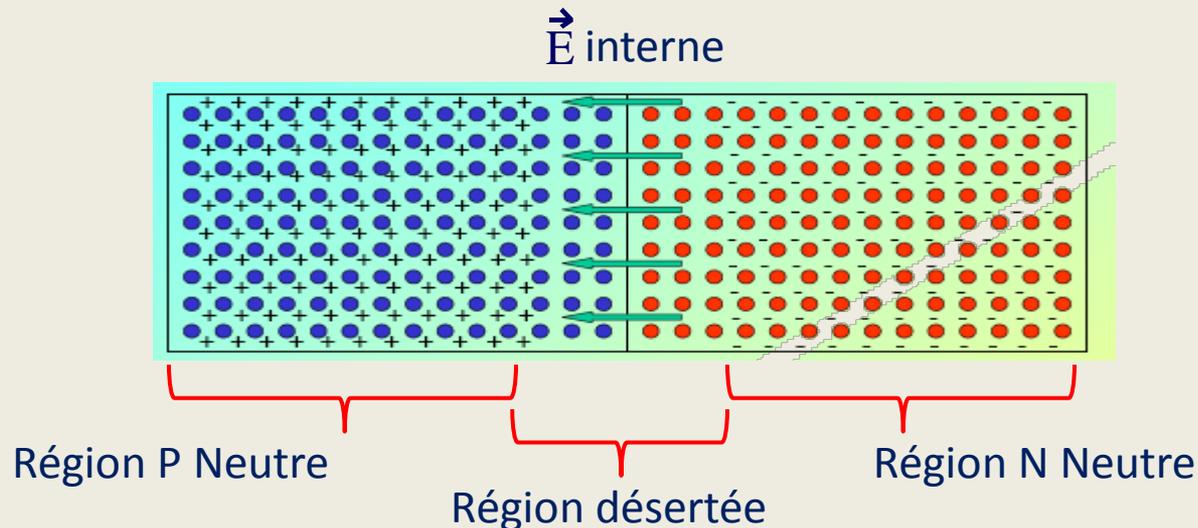
Pico-ampèremètre rapide (2)

- La capacité C_f est neutralisée lorsque $R_f \times C_f = R_1 \times C_1$



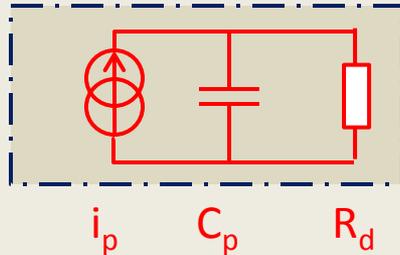
Exemple de lecture en courant

- Lecture du courant d'une photodiode
 - 3 modes de lecture sont possibles :
 - Photovoltaïque
 - Photoconducteur (effet photoélectrique)
 - Avalanche

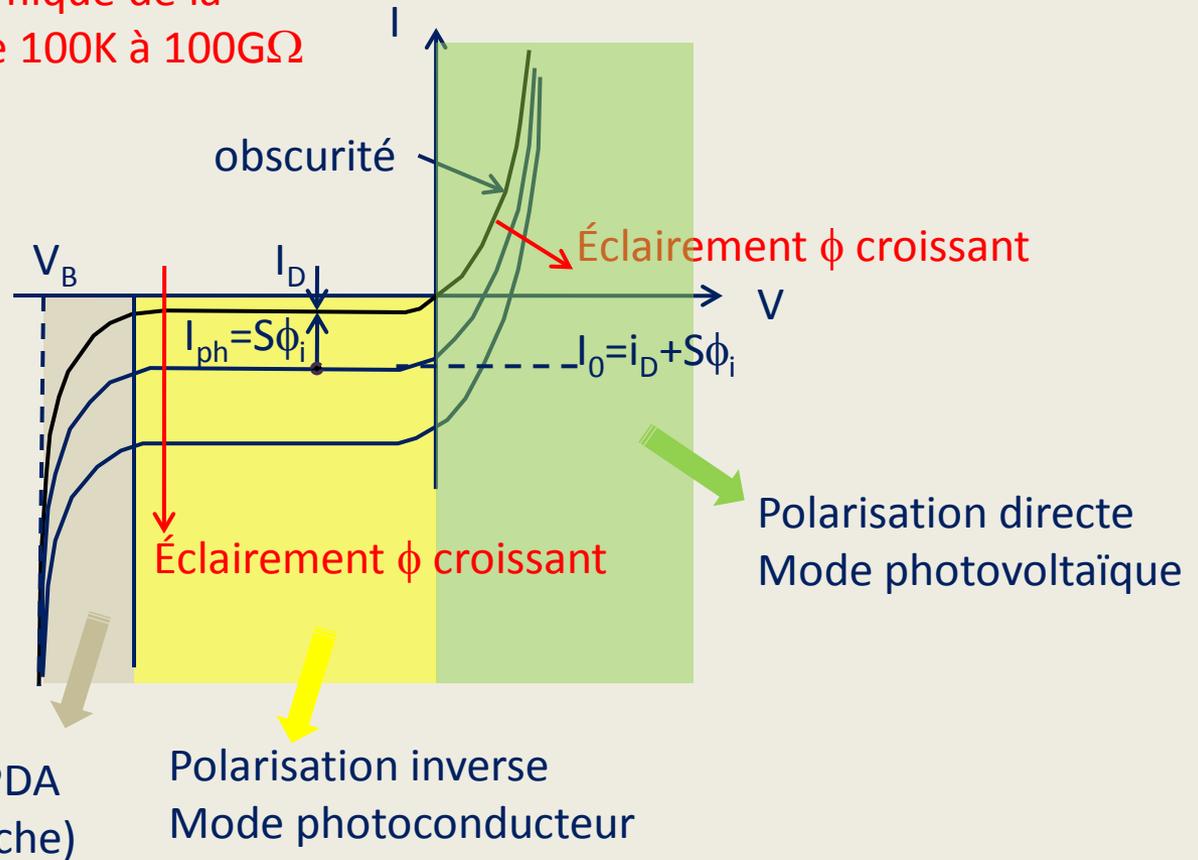
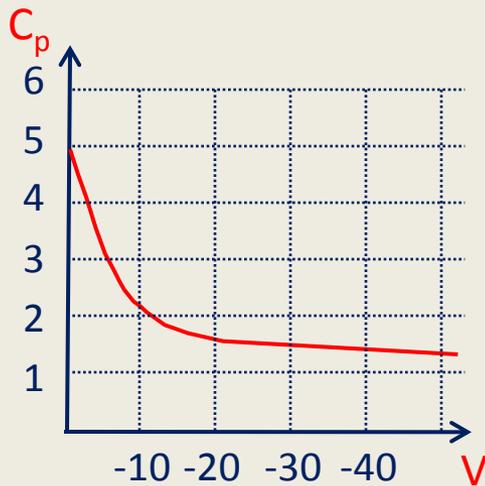


Réponse en courant d'une photodiode

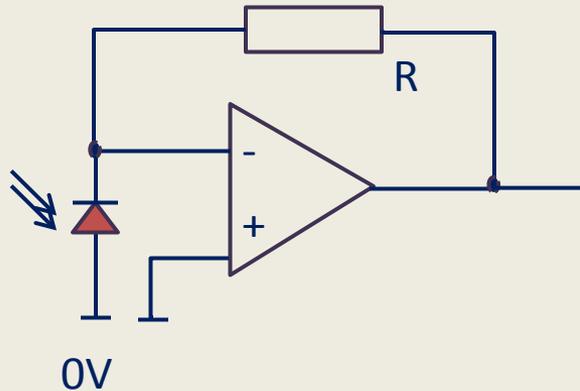
Circuit équivalent



R_d résistance dynamique de la diode 100K à 100GΩ

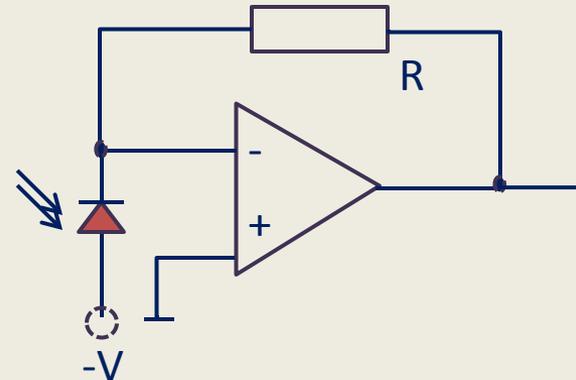


Circuits pour photodiodes



Mode photovoltaïque

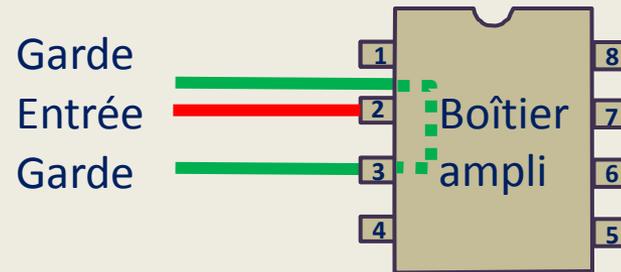
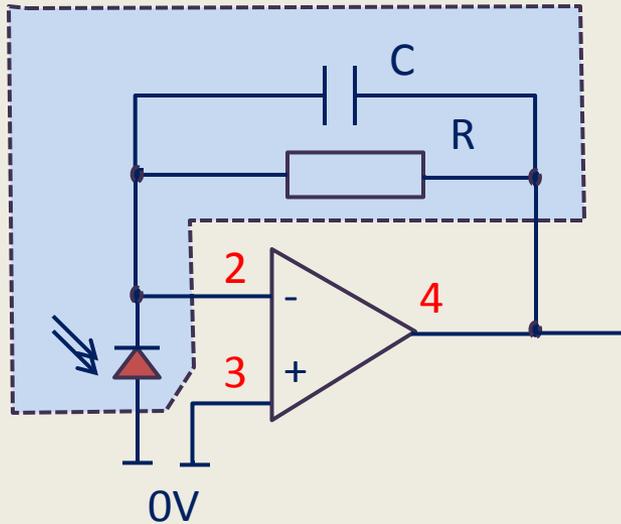
- Sans polarisation
- Pas de courant noir
- Linéaire
- Bas bruit (Johnson)
- Précis et peu rapide



Mode photoconducteur

- Polarisation inverse
- Courant noir
- Linéaire par zone
- Bruit (Johnson + impulsionnel)
- Rapide

Précautions particulières dans le cas de lecture de courant faible

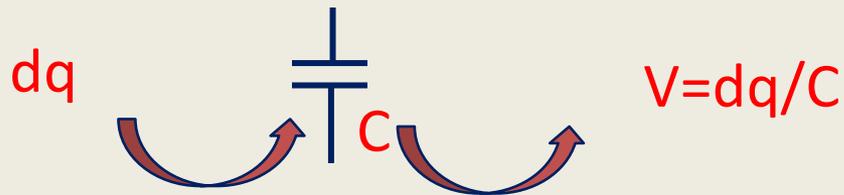


La partie encadrée est sujette à perturber le signal mesuré (fuites).

- Toutes les connexions au point de sommation doivent être les plus courtes possibles
- Si la photodiode est connectée par un câble, celui-ci doit être le plus court possible, diélectrique en téflon faibles pertes.
- Une piste de garde permet de limiter les fuites

Electromètre (mesure de charges)

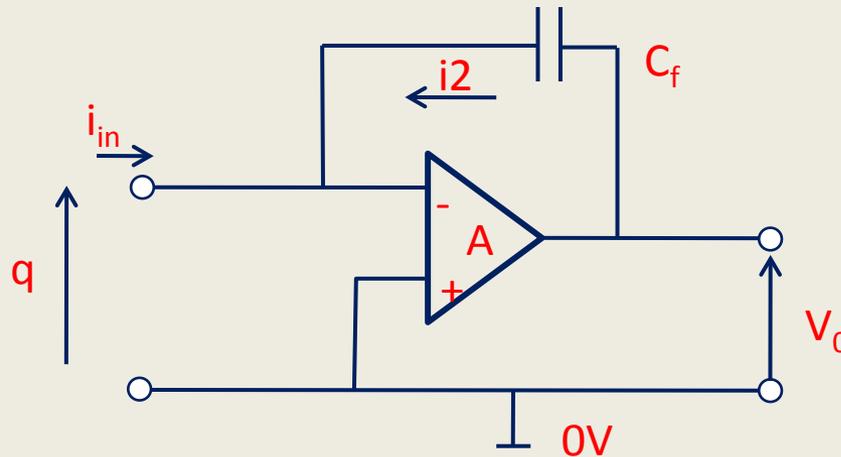
- **Principe** : la charge à lire est transférée dans un condensateur puis la tension correspondante est lue.



Amplificateur de charges (1)

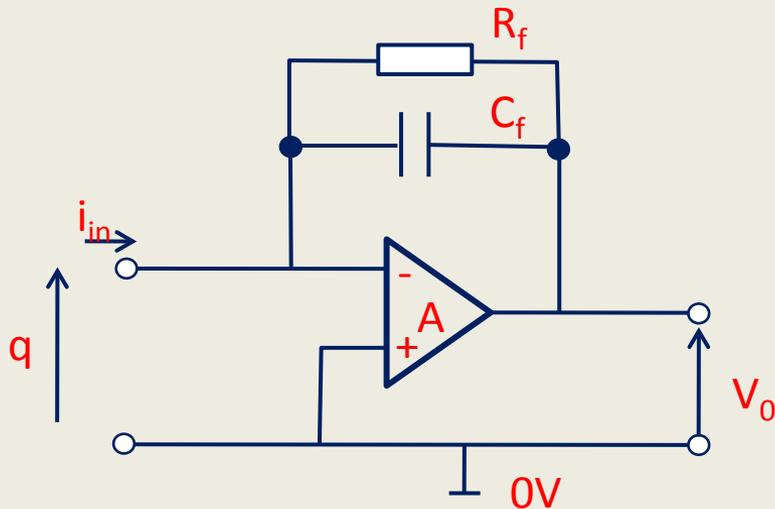
- La charge q est transférée intégralement dans C_f

$$V_0 = -\frac{q}{C_f}$$



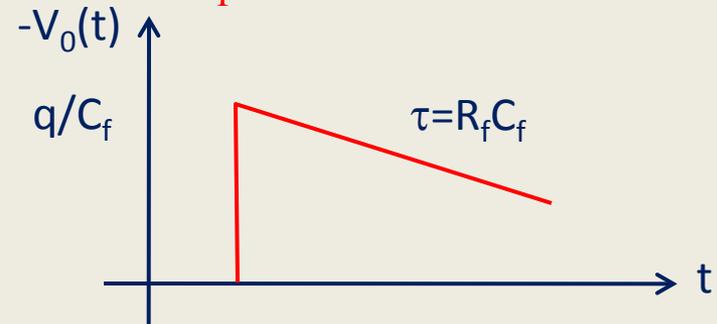
Amplificateur de charges (2)

- Stabilisation de l'amplificateur de charges en basses fréquences et en continu.
 - Si v est faible, l'amplificateur n'a plus de contre-réaction : $\frac{1}{C_f \omega} \gg$
 - Une résistance R_f permet de stabiliser l'amplificateur



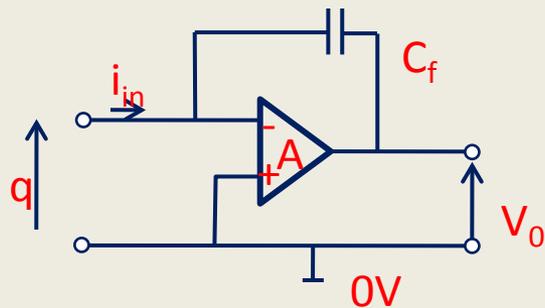
$$\frac{dq}{dt} + \frac{V_0}{R_f} + C_f \frac{dV_0}{dt} = 0$$

$$V_0 = -\frac{q}{C_f} e^{-\frac{t}{R_f C_f}}$$



Effet Miller

- Soit un amplificateur de charges, par exemple, de gain A et de capacité de contre réaction C_f .
- La capacité vue de l'entrée est la capacité de contre réaction multipliée par le gain+1.



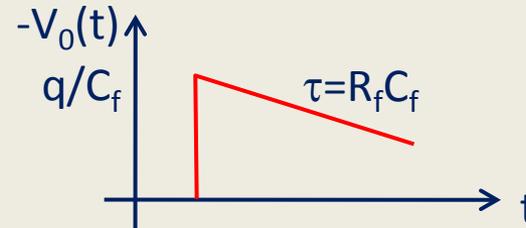
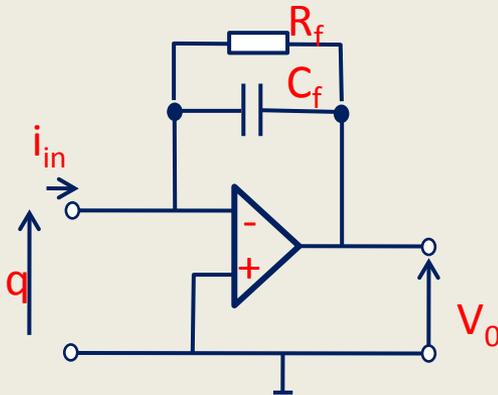
$$V_0 = -AV_1$$
$$(V_0 - V_1) \cdot C_f \omega = (-AV_1 - V_1)C_f \omega$$
$$i_f = -i_{in} = V_1(A + 1)C_f \omega$$

$(A + 1)C_f$ est la capacité apparente vue de l'entrée

Suppression du pôle zéro (1)

- Le signal en sortie du préamplificateur de charge est de la forme :

$$V_1 = \frac{q}{C} e^{-\frac{t}{RC}} = A_1 e^{-\frac{t}{\tau}}$$



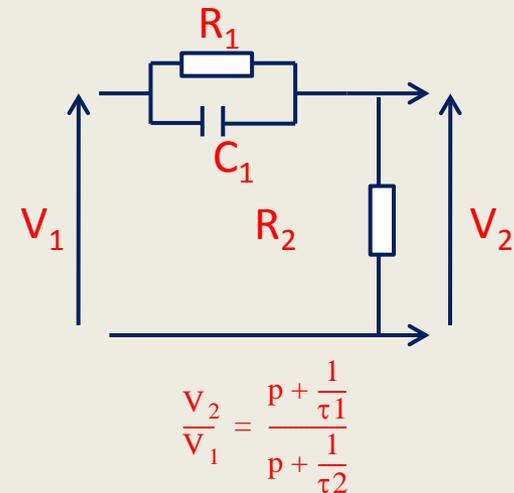
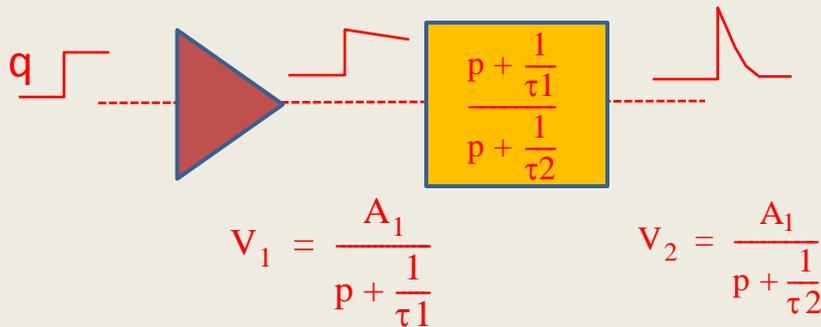
La longue décroissance exponentielle est généralement gênante : favorise l'empilement.

Suppression du pôle zéro (2)

- Selon le formalisme de Laplace la sortie du préamplificateur s'écrit :

$$V_1 = \frac{A_1}{p + \frac{1}{\tau_1}}$$

- Pour raccourcir V_1 , il faut remplacer $(p + 1/\tau_1)$ par $(p + 1/\tau_2)$ tel que $\tau_1 \ll \tau_2$.



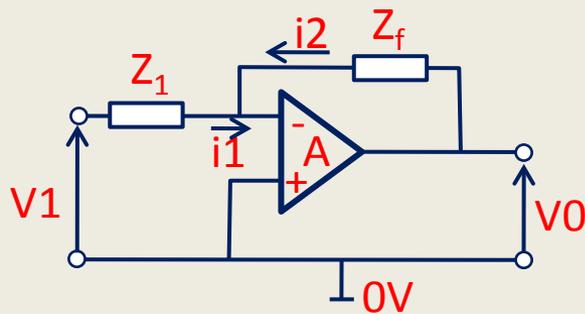
Exemple lecture en charge /tension

Considérons un capteur piézoélectrique. Ce type de capteurs génère une charge en réponse à un mouvement mécanique et réciproquement peut générer un mouvement mécanique en réponse à une sollicitation électrique.

Par exemple un quartz vibre à une fréquence bien déterminée sous l'effet d'un champ électrique extérieur.

L'amplificateur opérationnel en fréquence (1)

- Dans de nombreux cas, la réponse de l'amplificateur peut être modélisée par une fonction du second ordre de la fréquence.



$$V_0 = -A(p)V_-$$

$$A(p) = \frac{G_{DC}}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$$

$p = i\omega$ (opérateur de Laplace)

$$\frac{V_0 - V_-}{Z_f} + \frac{V_1 - V_-}{Z_1} = 0$$

$$\frac{V_0 + \frac{V_0}{A(p)}}{Z_f} + \frac{V_1 + \frac{V_0}{A(p)}}{Z_1} = 0$$

$$\frac{V_0}{V_1} = -\frac{Z_f}{Z_1} \cdot \frac{A(p) \frac{Z_1}{Z_1 + Z_f}}{1 + A(p) \frac{Z_1}{Z_1 + Z_f}}$$

L'amplificateur opérationnel en fréquence (2)

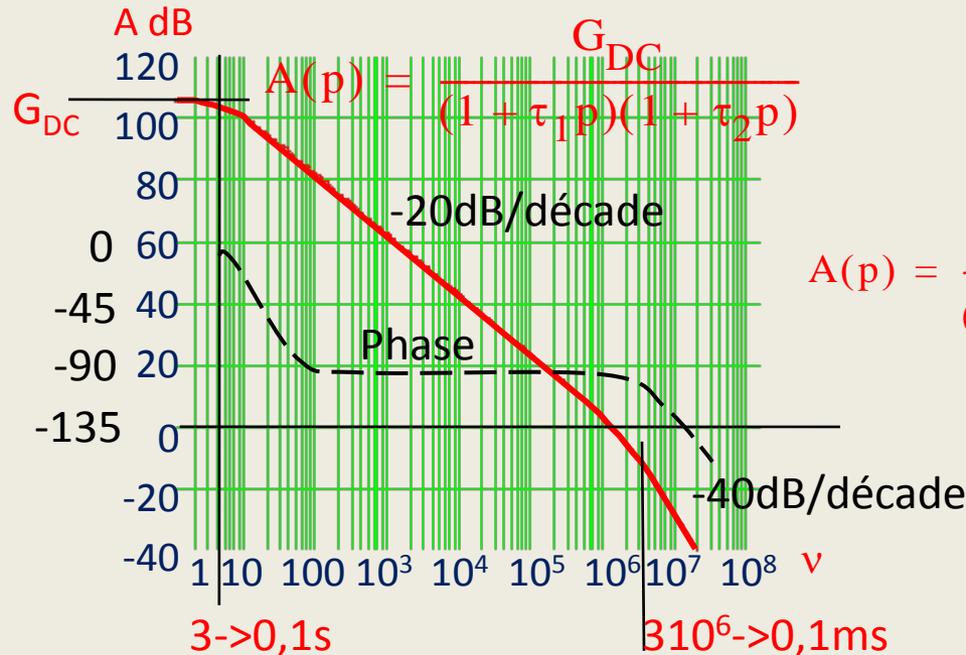
$$\frac{V_0}{V_1} = -\frac{Z_f}{Z_1} \cdot \frac{A(p) \frac{Z_1}{Z_1 + Z_f}}{1 + A(p) \frac{Z_1}{Z_1 + Z_f}}$$

Si $A(p)$ est grand le gain du montage tend vers la

formule classique : $\frac{V_0}{V_1} = -\frac{Z_f}{Z_1}$

$$\frac{A(p) \frac{Z_1}{Z_1 + Z_f}}{1 + A(p) \frac{Z_1}{Z_1 + Z_f}}$$

est de la forme : $\frac{KG(p)}{1 + KG(p)}$

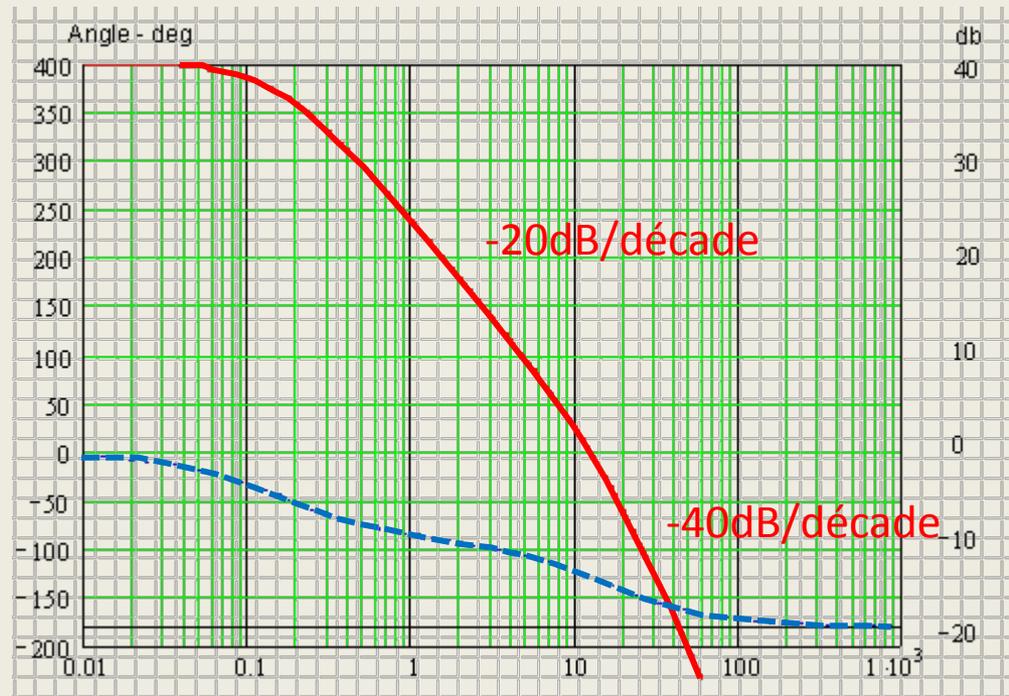


Stabilité (1)

- La phase de l'amplificateur en boucle ouverte atteint rapidement 90° et reste stable tant que la seconde fréquence de coupure n'est pas atteinte.
- Si la phase atteint 180° le montage devient instable.
- Les composants externes $\frac{Z_1}{Z_1 + Z_f}$ peuvent rajouter un déphasage supplémentaire.
- Critère de *Nyquist* : Pour assurer la stabilité le gain d'un système en boucle fermée, la pente du gain à 0dB doit être < 40dB.

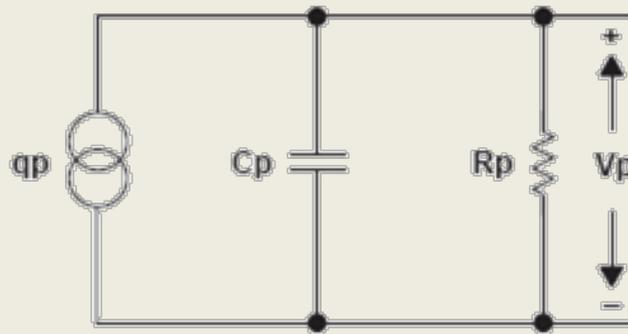
Stabilité (2)

Par exemple, on considère le système : $G(p) = 1/(1+p)(1+0,01p)$

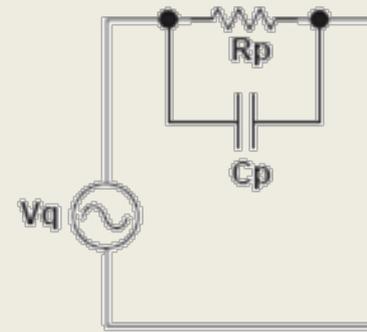


- Dans la zone de pente -20dB/décade, la phase tend vers -90°
- Dans la zone de pente -40dB/décade, la phase tend vers -180° (instabilité)

Modèle du capteur piézoélectrique



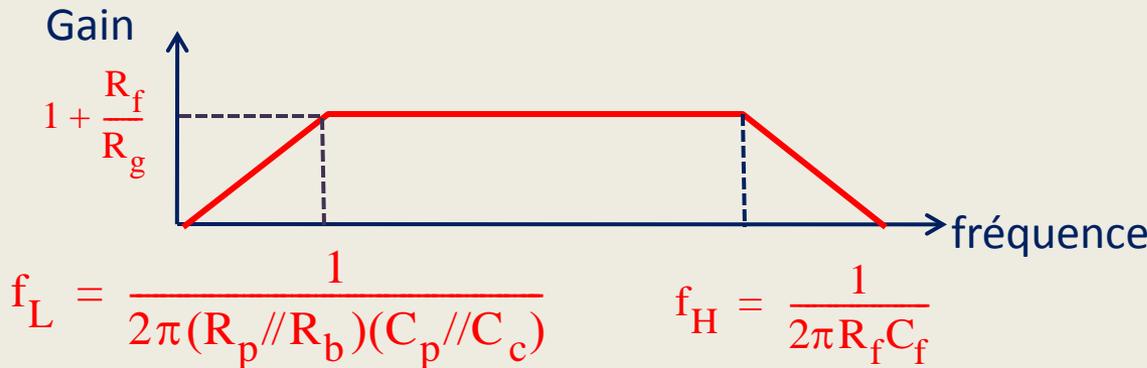
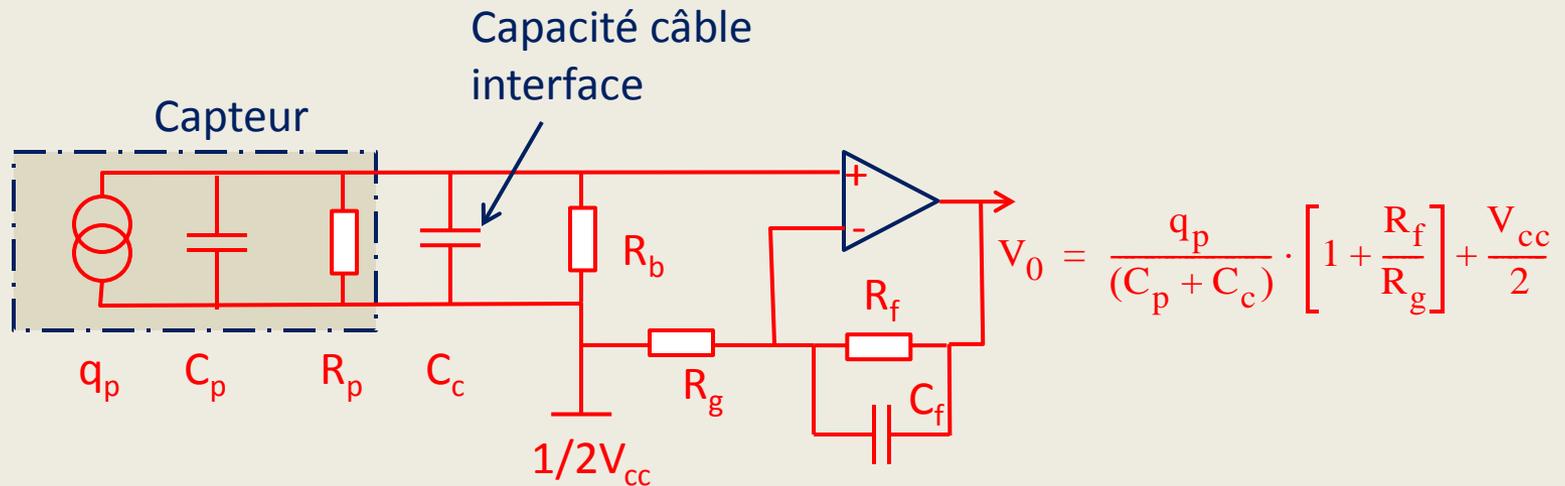
Modèle en charge



Modèle en tension

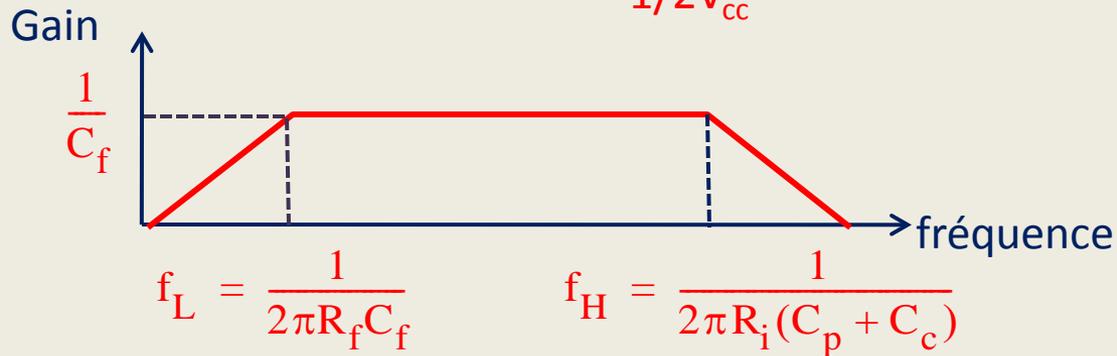
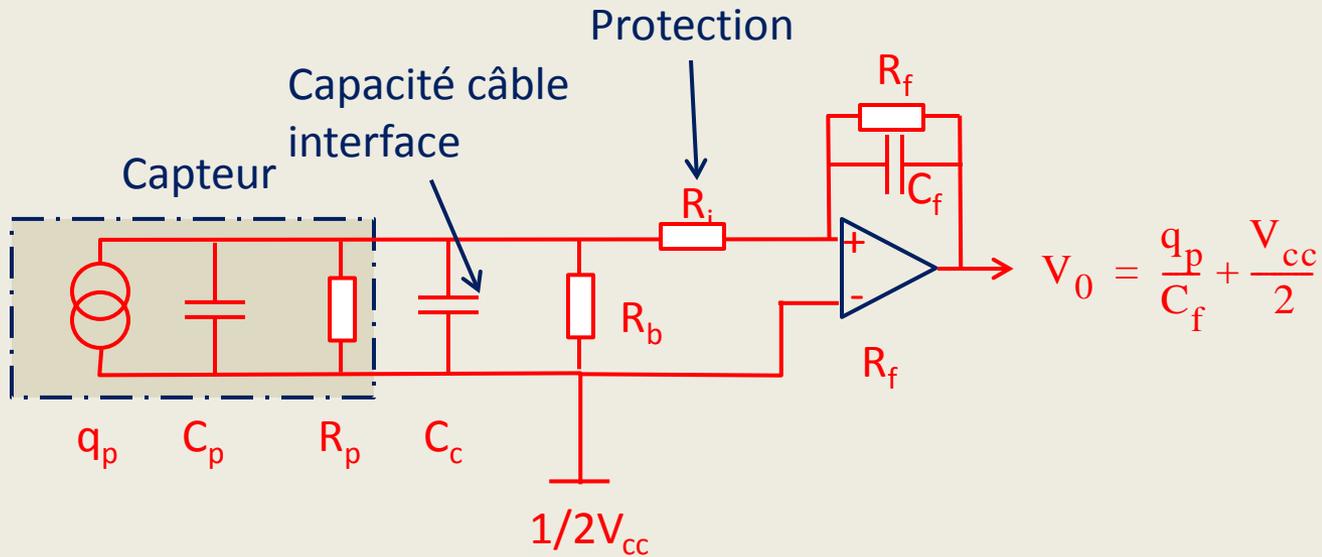
- La capacité C_p est définie par les dimensions du capteur.
- La résistance R_p correspond à l'impédance du capteur (impédance élevée).

Lecture en tension



- R_b résistance de polarisation
- La tension de sortie dépend de C_c
- La fréquence supérieure dépend de $R_f C_f$
- R_b doit être la plus grande possible

Lecture en charge



Application : Courant et charge dans un calorimètre (1)

Une particule chargée, traversant le détecteur ionisera le milieu. L'ionisation totale sera proportionnelle à l'énergie perdue par la particule. Les charges créées dans la cellule du détecteur sont collectées grâce à un champ électrique externe.

Chaque cellule du détecteur peut être modélisée comme un condensateur C_d

Par exemple, pour un calorimètre de type à " argon liquide ", le courant dans le détecteur est défini par :

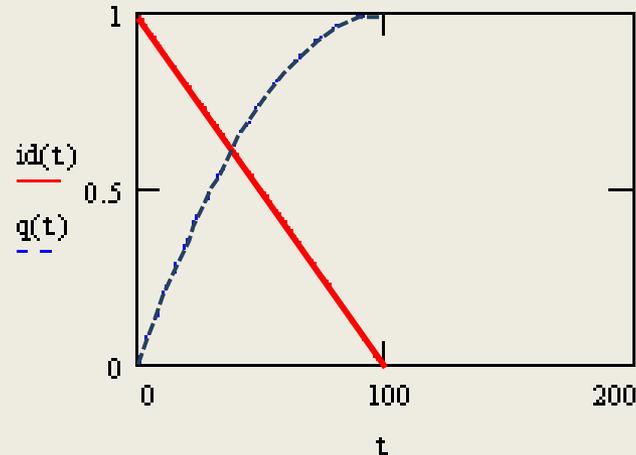
$$i_d = I_m \left[1 - \frac{t}{t_d} \right]$$

i_d est la variation du courant détecteur en fonction du temps.

t_d est le temps au bout duquel toutes les charges sont collectées.

$$q(t) = \int_0^T i_d(t) dt$$

Courant et charge dans un calorimètre (2)



- Le courant est instantané.
 - La mesure est très rapide.
 - Très sensible au bruit.
- La charge demande que tous les électrons soient collectés
 - La mesure est plus lente.
 - Peu sensible au bruit.

Les contraintes

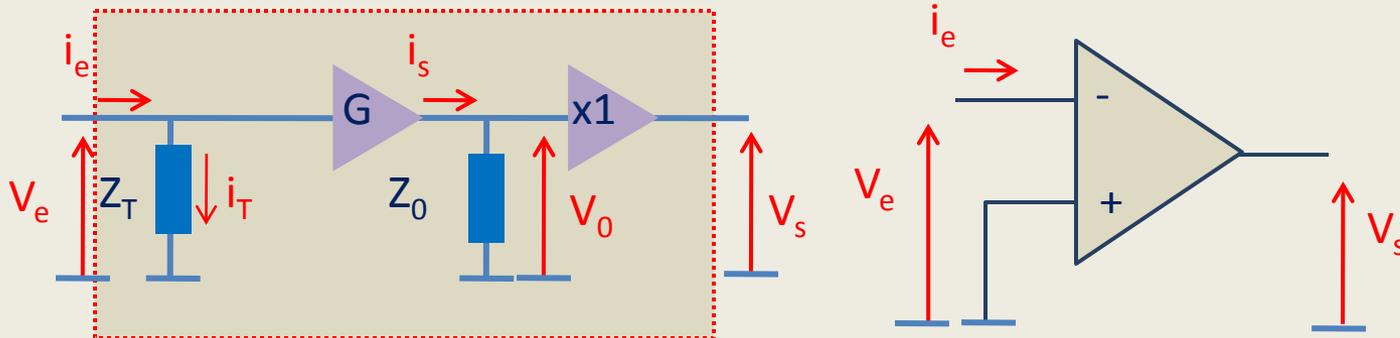
- **Le plus petit signal mesurable** sera fonction du bruit du détecteur et de son électronique associée.
- **L'empilement peut être une limitation.** L'empilement est un phénomène qui se matérialise par un recouvrement des signaux. Si l'on désire discerner deux signaux consécutifs créés dans la même cellule du détecteur, il sera nécessaire d'augmenter la bande passante de l'électronique. (le bruit est proportionnel à la bande passante !).
- D'une manière plus générale, on tient compte de la probabilité qu'une même cellule soit touchée deux fois de suite dans un laps de temps bien défini. **L'empilement doit être considéré comme un bruit qu'il faut optimiser.**
- **Le bruit lié à la physique** (tous les événements indésirables).

Selon, les applications, il est possible de lire l'information issue du détecteur par un préamplificateur de charges ($V_s=f(q_{in})$), de courant ($V_s=f(I_{in})$) ou plus rarement de tension.

Différences entre un amplificateur de charge et de courant

On considère un amplificateur de grand gain G en boucle ouverte

- Le premier étage adapte l'impédance : $Z_T = C_e // R_{in}$
- Le second étage de gain 1 fournit le courant.



En boucle ouverte

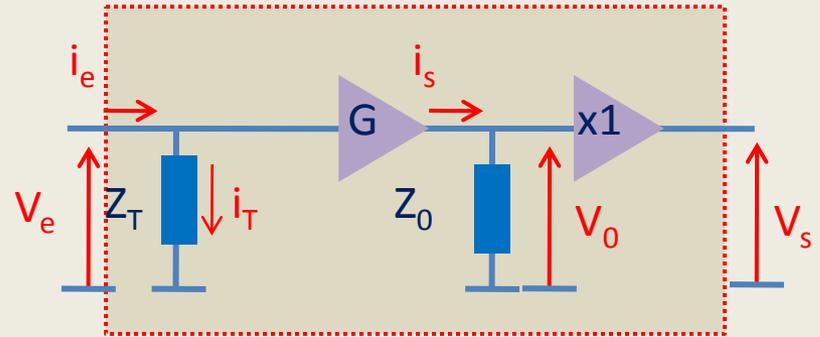
$$V_e = Z_T i_T \quad i_e = i_T$$

$$g_m = -\frac{i_s}{V_e}$$

$$V_0 = V_s = Z_0 i_s = -Z_0 g_m V_e$$

$$G = \frac{V_s}{V_e} = -Z_0 g_m$$

$$\frac{V_s}{i_e} = \frac{V_s}{V_e} \cdot \frac{V_e}{i_e} = -Z_0 g_m Z_T$$



En boucle fermée (1)

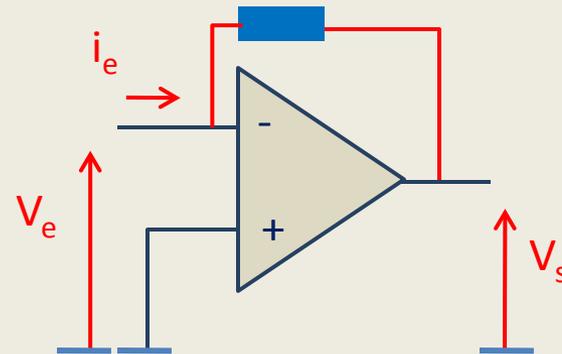
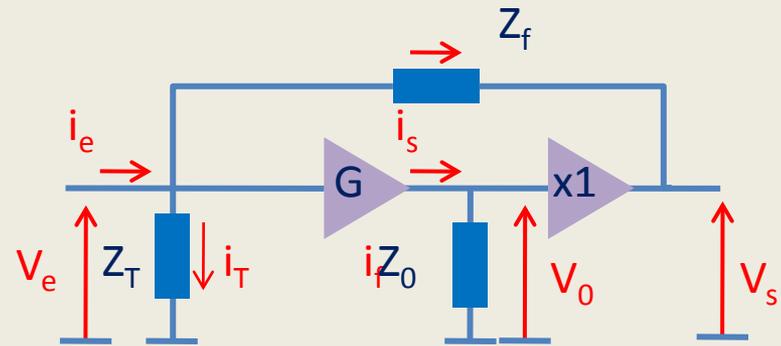
$$i_e = i_T + i_f$$

$$i_e = \frac{V_e}{Z_T} + \frac{V_e - V_s}{Z_f}$$

$$i_e = V_e \left(\frac{1}{Z_T} + \frac{1}{Z_f} \right) - \frac{V_s}{Z_f}$$

$$V_s = -Z_0 g_m V_e$$

$$\frac{i_e}{V_s} = \frac{V_e}{V_s} \left(\frac{1}{Z_T} + \frac{1}{Z_f} \right) - \frac{1}{Z_f}$$



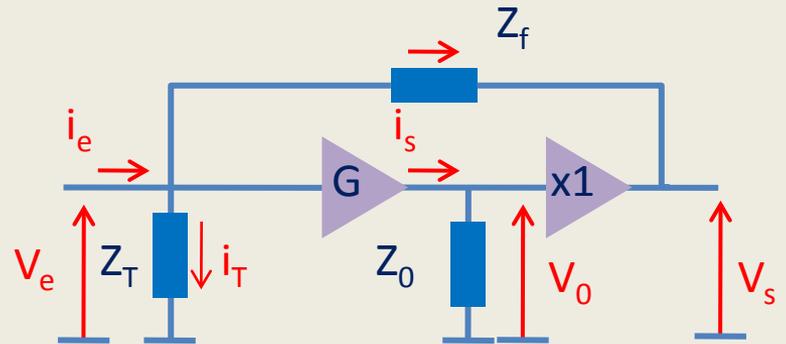
En boucle fermée (2)

$$\frac{V_s}{i_e} = \frac{1}{-\frac{1}{Z_0 g_m} \left(\frac{1}{Z_T} + \frac{1}{Z_f} \right) - \frac{1}{Z_f}}$$

$$\frac{V_s}{i_e} = -\frac{Z_0 g_m Z_T}{Z_T \left(\frac{1}{Z_T} + \frac{1}{Z_f} \right) + \frac{Z_0 g_m Z_T}{Z_f}} = \frac{-Z_0 g_m Z_T}{1 + \frac{1}{Z_f} (Z_T + Z_0 g_m Z_T)}$$

$$\frac{V_s}{i_e} = \frac{-Z_0 g_m Z_T}{1 + \frac{Z_T}{Z_f} (1 + Z_0 g_m)}$$

$$\frac{V_s}{i_e} = \frac{-Z_0 g_m Z_T}{1 + \frac{Z_0 g_m Z_T}{Z_f} \left(1 + \frac{1}{g_m Z_0} \right)}$$



En boucle fermée (3)

$$\frac{V_s}{i_e} = \frac{-Z_0 g_m Z_T}{1 + \frac{Z_0 g_m Z_T}{Z_f} \left(1 + \frac{1}{g_m Z_0}\right)}$$

Considérons la forme classique : $\frac{V_s}{i_e} = \frac{a}{1 + af}$ Où a représente le gain en boucle ouverte

$$a = -g_m Z_0 Z_T$$

$$f = \left(\frac{1}{g_m Z_0} + 1\right) \frac{1}{Z_f}$$

Forme simplifiée lorsque : $G \gg 1$ soit $\frac{1}{g_m Z_0} \ll 1$

$$\frac{V_s}{i_e} \approx \frac{-g_m Z_0 Z_T}{1 + g_m \frac{Z_0 Z_T}{Z_f}}$$

En boucle fermée (4)

Remplaçons les impédances Z_T , Z_0 et Z_f par leur valeur :

$$Z_T = R_T // C_T = \frac{R_T}{1 + R_T C_T p} \quad \text{avec } p = i\omega$$

$$Z_0 = R_0 // C_0 = \frac{R_0}{1 + R_0 C_0 p}$$

$$Z_f = R_f // C_f = \frac{R_f}{1 + R_f C_f p}$$

$$\text{Comme : } \frac{V_s}{i_e} = \frac{1}{\frac{1}{g_m Z_0 Z_T} + \frac{1}{Z_f}}$$

$$\frac{V_s}{i_e} = - \frac{1}{\frac{1}{g_m \frac{R_0}{1 + R_0 C_0 p} \cdot \frac{R_T}{1 + R_T C_T p}} + \frac{1}{\frac{R_f}{1 + R_f C_f p}}}$$

En boucle fermée (5)

$$\frac{V_s}{i_e} = \frac{1}{\frac{(1 + R_0 C_0 p)(1 + R_T C_T p)}{g_m R_0 R_T} + \frac{1}{R_f} + C_f p}$$

$$\frac{V_s}{i_e} = \frac{1}{\frac{1 + R_0 C_0 p + R_T C_T p + R_T C_T R_0 C_0 p^2}{g_m R_0 R_T} + \frac{1}{R_f} + C_f p}$$

$$\frac{V_s}{i_e} = -\frac{g_m}{C_0 C_T} \cdot \frac{1}{p^2 + p \left(\frac{1}{R_0 C_0} + \frac{1}{R_T C_T} + \frac{g_m C_f}{C_0 C_T} \right) + \frac{g_m}{C_0 C_T R_f} + \frac{1}{C_0 C_T R_0 R_T}}$$

Cas de l'amplificateur de charges

Dans le cas d'un amplificateur de charges on peut faire les suppositions suivantes :

$$R_0 \gg \frac{1}{C_0 p} \quad R_T \gg \frac{1}{C_T p} \quad R_f \gg \frac{1}{C_f p}$$

$$\frac{V_s}{i_e} = -\frac{g_m}{C_0 C_T} \cdot \frac{1}{p^2 + p \left(\frac{1}{R_0 C_0} + \frac{1}{R_T C_T} + \frac{g_m C_f}{C_0 C_T} \right) + \frac{g_m}{C_0 C_T R_f} + \frac{1}{C_0 C_T R_0 R_T}}$$

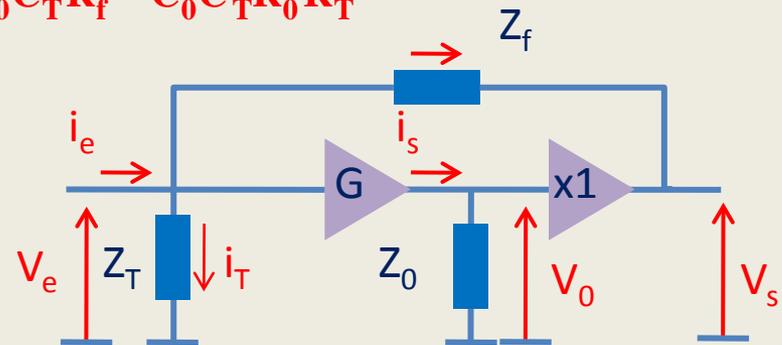
$$\frac{V_s}{i_e} = -\frac{g_m}{C_0 C_T} \cdot \frac{1}{p^2 + p \left(\frac{g_m C_f}{C_0 C_T} \right)}$$

$$\frac{V_s}{i_e} = -\frac{g_m}{C_0 C_T p} \cdot \frac{1}{p + \frac{g_m C_f}{C_0 C_T}} = -\frac{g_m}{C_0 C_T} \cdot \frac{1}{p \frac{p}{\omega_0} + 1}$$

$$\frac{V_s}{i_e} = -\frac{1}{C_f p} \cdot \frac{1}{\frac{p}{\omega_0} + 1}$$

C'est la fonction de transfert de l'amplificateur de charges

$$\omega_0 = \frac{g_m C_f}{C_0 C_T} \quad \text{Est le pôle dominant}$$



Calcul de l'impédance d'entrée de l'amplificateur de charges (1)

L'impédance d'entrée de l'amplificateur de charges est définie par : $Z_e = \frac{V_e}{i_e}$

$$Z_e = \frac{V_e}{i_e} = \frac{V_s}{i_e} \cdot \frac{V_e}{V_s}$$

$$\text{Comme : } \frac{V_s}{V_e} = -Z_0 g_m$$

$$Z_e = \frac{1}{C_f p} \cdot \frac{1}{\frac{p}{\omega_0} + 1} \cdot \frac{1}{Z_0 g_m}$$

$$\text{Comme : } Z_0 = \frac{1}{C_0 p}$$

$$Z_e = \frac{C_0}{g_m C_f} \cdot \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_0}}$$

Calcul de l'impédance d'entrée de l'amplificateur de charges(2)

$$Z_e = \frac{C_0}{g_m C_f} \cdot \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_0}}$$

Dans la bande passante $\omega < \omega_0$, l'impédance d'entrée de l'amplificateur de charges est équivalente à une résistance de valeur :

$$R_e = \frac{C_0}{g_m C_f}$$

Il est possible d'ajuster l'impédance d'entrée de l'amplificateur de charges, indépendamment du gain, par la capacité C_0 .

Cas de l'amplificateur de courant (1)

Si l'on considère la forme simplifiée :
$$\frac{V_s}{i_e} \approx \frac{-g_m Z_0 Z_T}{1 + g_m \frac{Z_0 Z_T}{Z_f}}$$

Pour l'amplificateur de courant :
$$Z_0 \approx \frac{1}{C_0 p} \quad Z_T \approx R_T \quad Z_f \approx R_f$$

Il est nécessaire que R_f soit faible (quelques centaines d'ohms).

Dans ce cas :

$$\frac{V_s}{i_e} = -\frac{R_f}{1 + \frac{p C_0 R_f}{g_m R_T}} \quad \frac{V_s}{i_e} = -\frac{R_f}{1 + \frac{p}{\omega_0}}$$

Avec :
$$\omega_0 = \frac{g_m R_T}{C_0 R_f}$$

La bande passante de l'amplificateur de courant sera d'autant plus grande que R_f sera faible.

Calcul de l'impédance d'entrée de l'amplificateur de courant

$$Z_e = \frac{V_e}{i_e} = \frac{V_s}{i_e} \cdot \frac{V_e}{V_s}$$

$$\frac{V_s}{V_e} = -Z_0 g_m$$

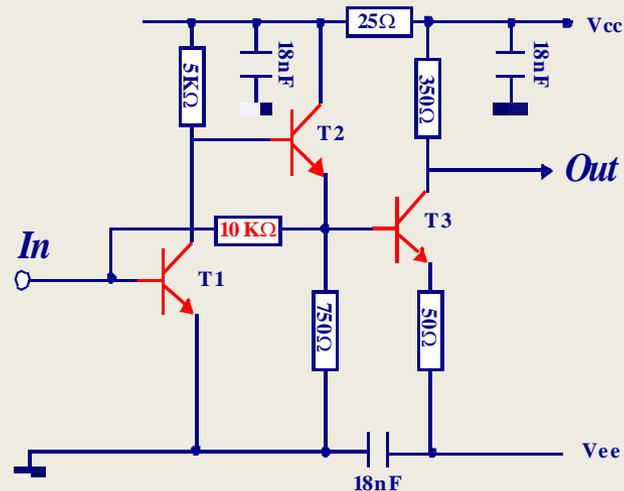
$$Z_e = \frac{R_f}{1 + \frac{p}{\omega_0}} \cdot \frac{C_0 p}{g_m}$$

Dans la bande passante, l'impédance d'entrée de l'amplificateur de courant est homogène à une self de valeur $\frac{R_f C_0}{g_m}$

Ceci explique les instabilités possibles de ce montage avec des bandes passantes élevées ou encore avec un détecteur présentant une grande capacité.

Exemple d'un amplificateur de courant

- (source *E. Gatti, P.F. Manfredi - NIM 226 (1984) 142-155- Present trends...)* *relativement simple.*
- Dans ce montage, l'amplificateur de courant est constitué par les transistors **T1 et T2** et la résistance de $10\text{K}\Omega$. T3 est utilisé comme étage de sortie.



Mesure de résistance

- Les capteurs résistifs sont certainement les plus simples et les meilleurs marché et sont adaptés pour de nombreuses applications :
 - Les jauges de contraintes 120Ω , 350Ω , 3500Ω
 - Capteurs de force 350Ω , 3500Ω
 - Capteurs de pression 350Ω , 3500Ω
 - Capteurs d'humidité relative $100K\Omega$ - $10M\Omega$
 - Capteurs de température 100Ω , 1000Ω
 - Thermistance 100Ω – $10M\Omega$

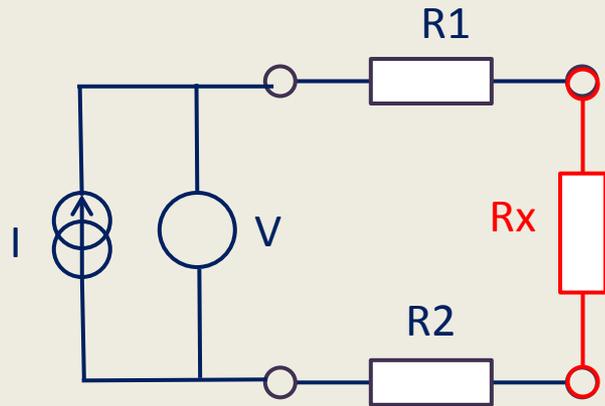
Mesure de résistance

- Les mesures de résistances sont basées sur l'application de la loi d'ohm : $R = \frac{U}{I}$

– Pour une bonne précision de la mesure, il est nécessaire que U et I soient connus avec précision :

Incertitude de la mesure : $\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I}$

Méthode 2 fils



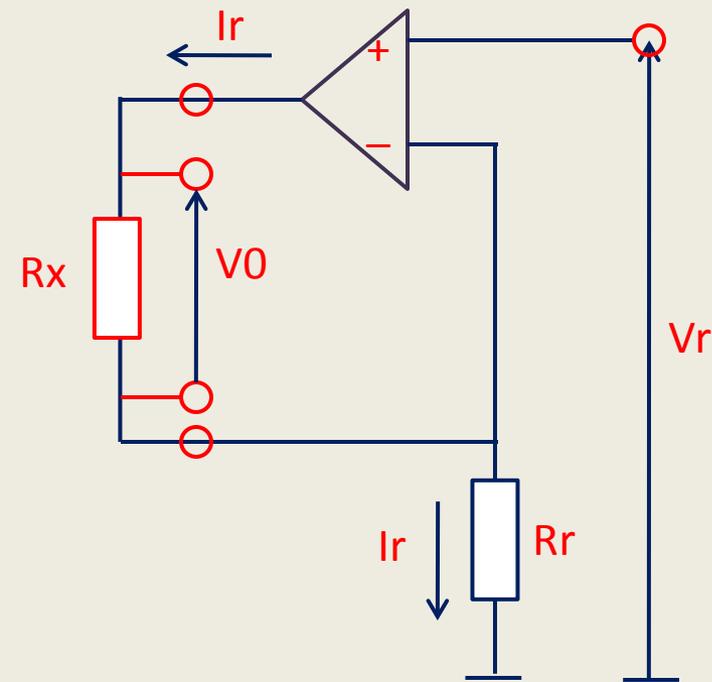
R1, R2 Résistances des fils

Rx résistance à mesurer

$$V = I(R_x + R_1 + R_2)$$

- 10 mètres de fils AWG=20 ajoutent 0,333mΩ à Rx.
 - Correspond à la variation de résistance d'une sonde de température PT100 pour un accroissement de 1°C.
 - La variation de la température ambiante n'est pas compensée.
 - Montage utilisable pour mesurer des résistances de valeur >100Ω.

Méthode 4 fils (1)



- L'amplificateur est utilisé en générateur de courant constant :

- $V_+ - V_- \approx 0$ alors : $I_r = \frac{V_r}{R_r}$

$$V_0 = I_r R_x = \frac{V_r}{R_r} R_x$$

- Si R_x varie autour d'une valeur R_0 :

$$R_x = R_0(1 + x)$$

$$V_0 = \frac{V_r}{R_r} R_0(1 + x)$$

- Si $x \ll 1$ V_0 va fluctuer faiblement autour d'une valeur continue $\frac{V_r}{R_r} R_0$

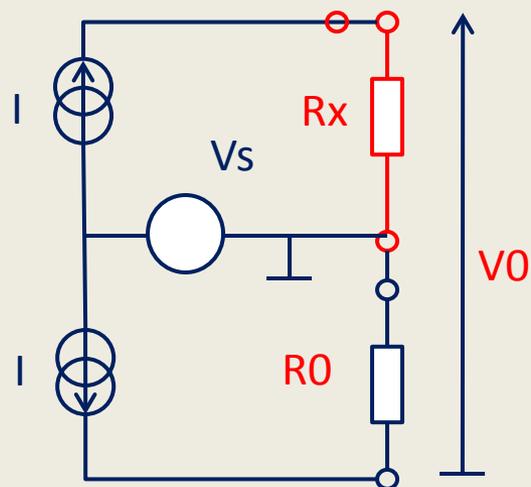
Méthode 4 fils (2)

Montage supprimant la valeur continue moyenne $\frac{V_r R_0}{R_r}$

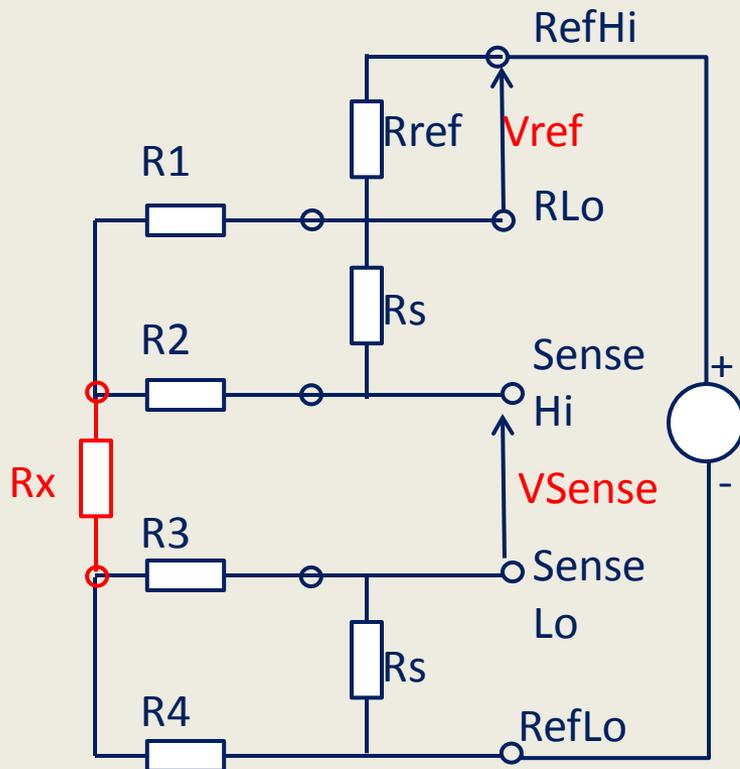
Et si l'on choisi $R_x=R_0$: $V_0 = V_r(1 + x)$

Retranchons V_r de V_0 : $V_s = V_0 - V_r = V_r(1 + x) - V_r = V_r \cdot x$

Autour du point d'équilibre $R_x=R_0$: $V_0=0$.



Méthode générale 4 fils



$$I_{ref} = \frac{V_{ref}}{R_{ref}}$$

$$V_{sense} = I_{ref} R_x = \frac{V_{ref}}{R_{ref}} R_x$$

$$R_x = R_{ref} \frac{V_{sense}}{V_{ref}} = R_{ref} \frac{SenseHi - SenseLo}{RefHi - RefLo}$$

- Les résistances R_s permettent de gérer automatiquement les mesures 2 ou 4 fils.
- Les résistances de senses R_2 , R_3 ne génèrent pas d'erreur : le circuit V_{sense} étant haute impédance.

Les ponts de résistances (pont de Wheatstone) (1)

- Un pont de résistances est une méthode simple pour mesurer de faibles variations de résistance.

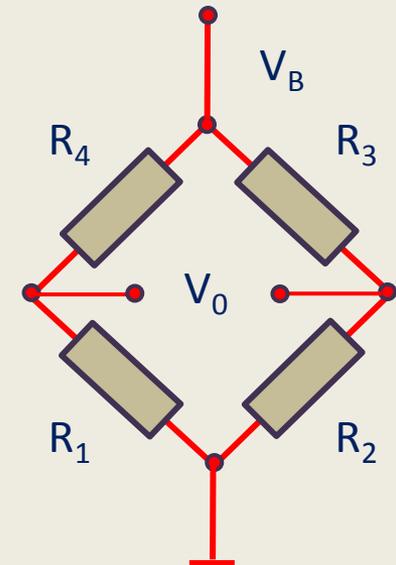
Principe :

$$V_{R1} = V_B \frac{R_1}{R_1 + R_4}$$

$$V_{R2} = V_B \frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

$$V_0 = V_{R1} - V_{R2} = V_B \left(\frac{R_1}{R_1 + R_4} - \frac{R_2}{R_2 + R_3} \right)$$

A l'équilibre $V_0=0$ si $R_1 R_3 = R_2 R_4$

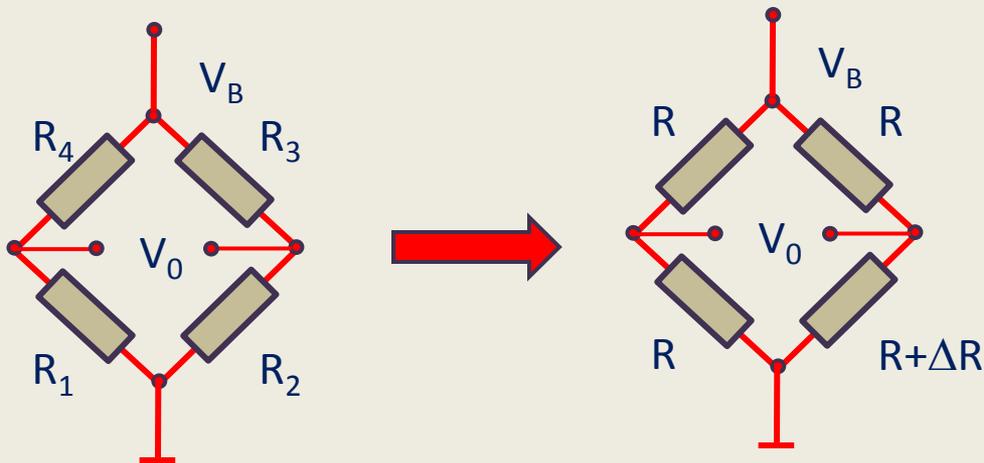


Pont de Wheastone (2)

- Considérons un pont de Wheastone où une seule résistance est variable :

$$R_1=R_3=R_4=R$$

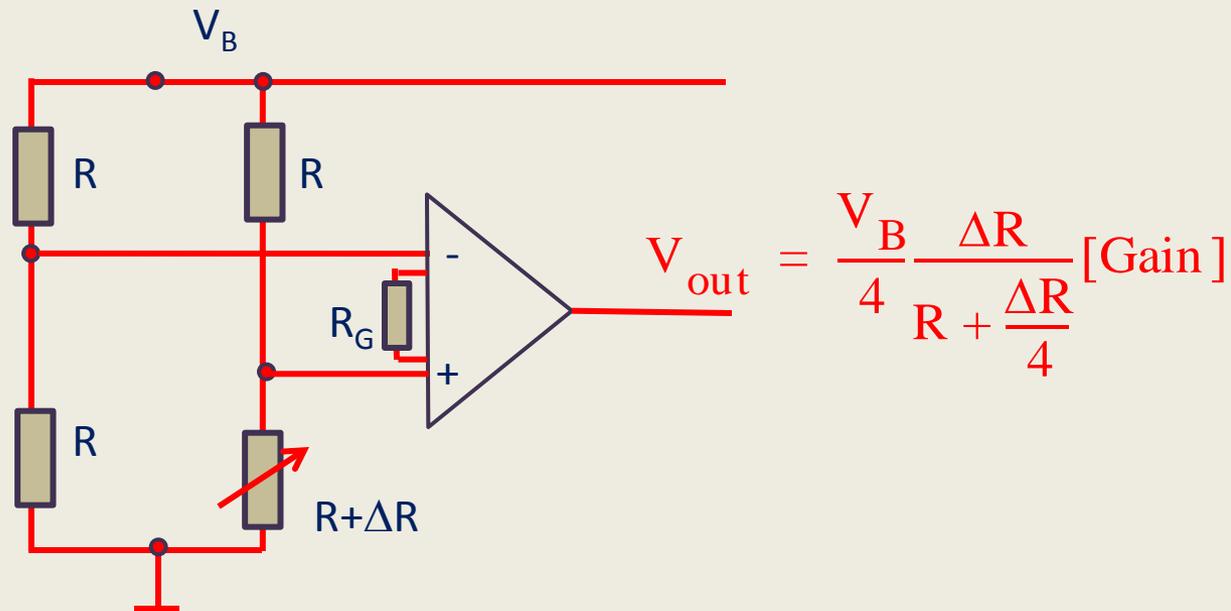
$$R_2=R+\Delta R$$



$$V_0 = V_B \left(\frac{R_1}{R_1 + R_4} - \frac{R_2}{R_2 + R_3} \right) = \frac{-V_B}{4} \frac{\Delta R}{R + \frac{\Delta R}{4}}$$

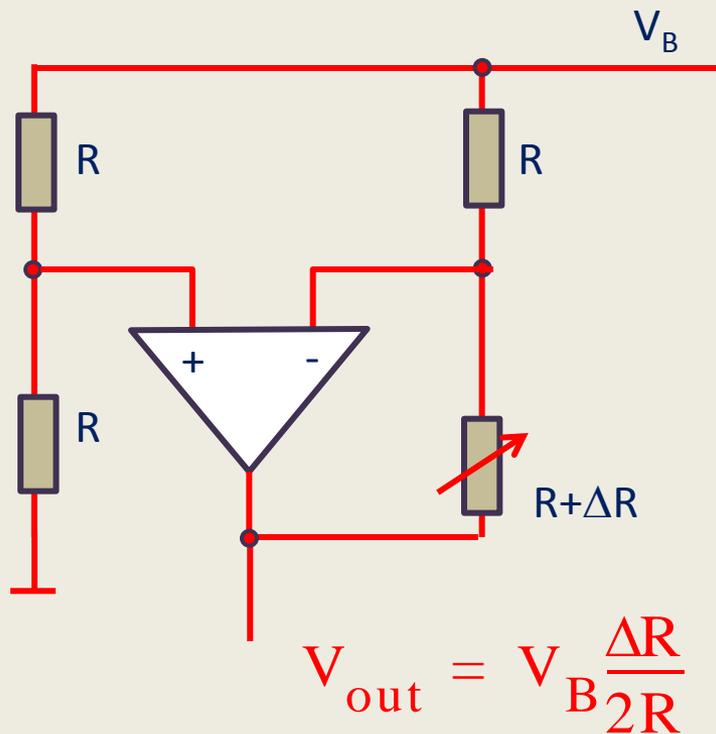
Pont de Wheastone (3)

- La tension de sortie est proportionnelle à la tension de déséquilibre mais la variation est non-linéaire... cf l'équation.

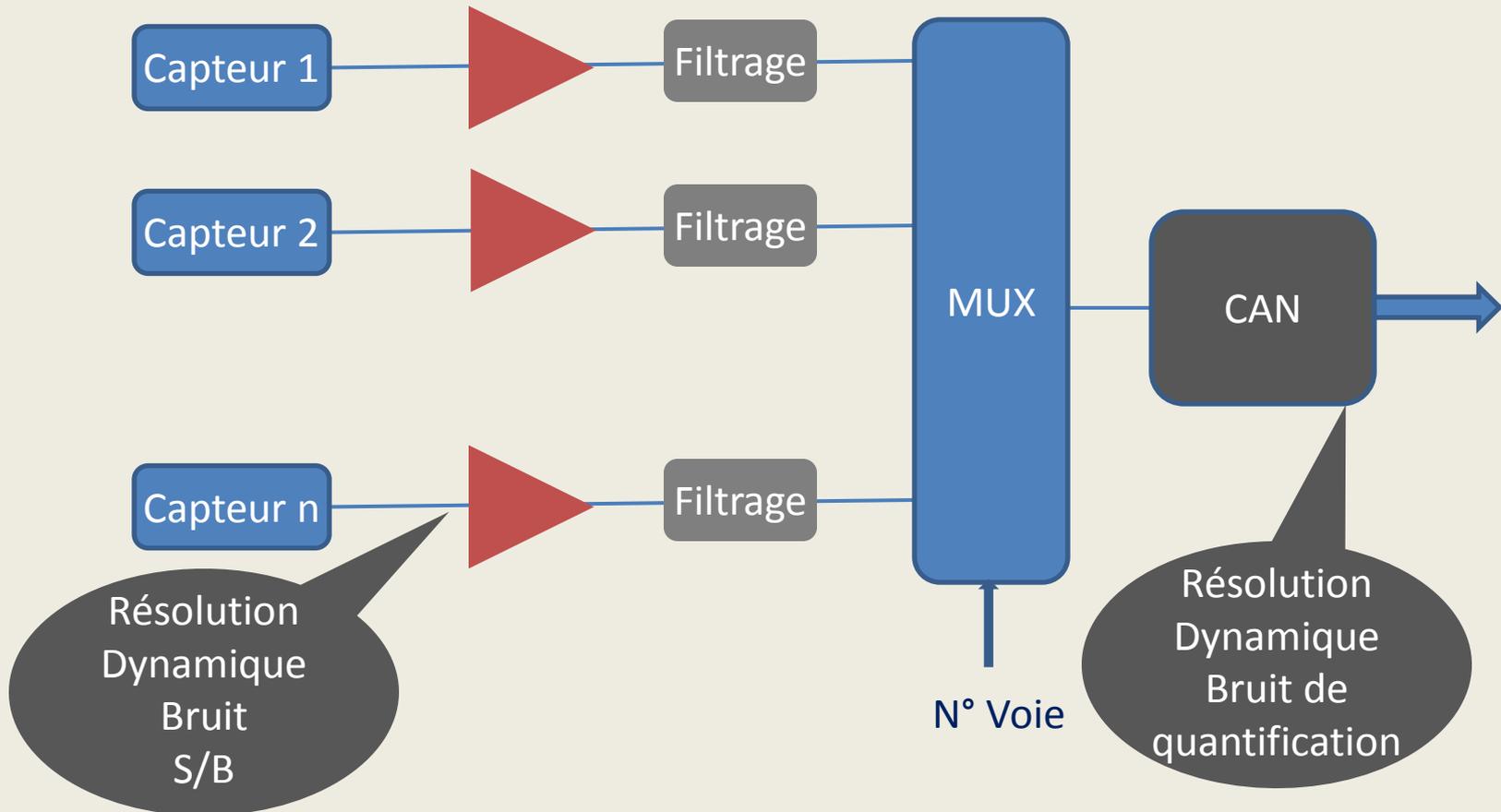


Pont de Wheastone (4)

- Montage linéaire



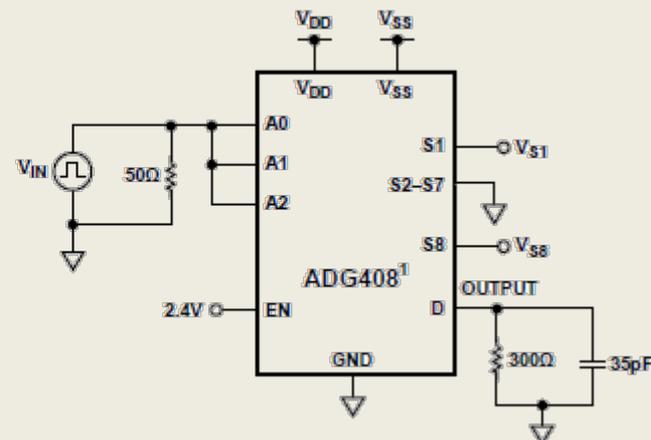
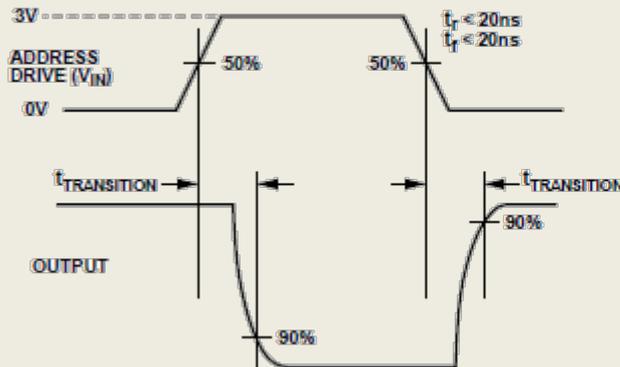
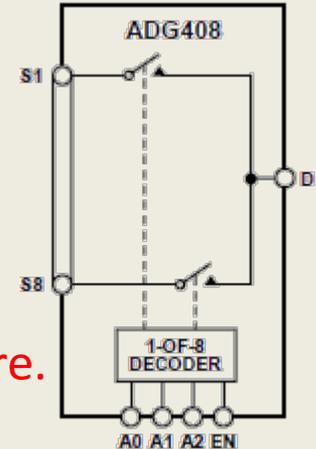
Le multiplexage analogique (1)



Le multiplexage analogique (2)

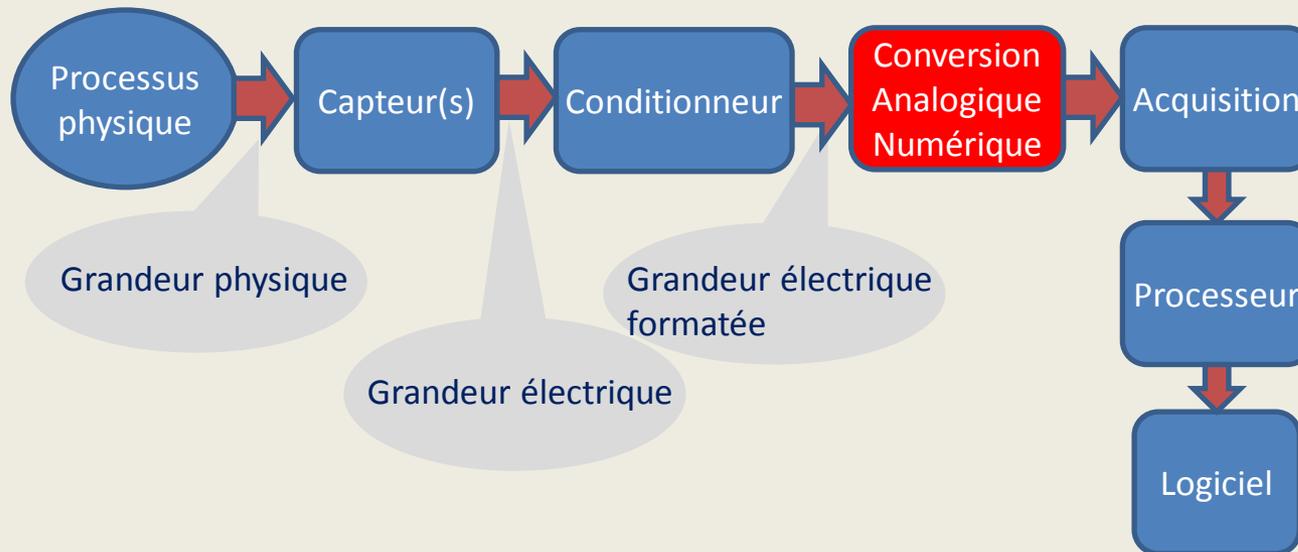
Exemple : Circuit ADG408 (Analog Devices™)

- 8 entrées analogiques – 1 sortie.
- Le temps de transition entrée-sortie peut être important :
 - Dépend de V_{DD} (de 100 ns à 350 ns).
- La résistance équivalente série $\sim 50\Omega$ peut atténuer le signal
 - Cette résistance dépend des tensions et de la température.

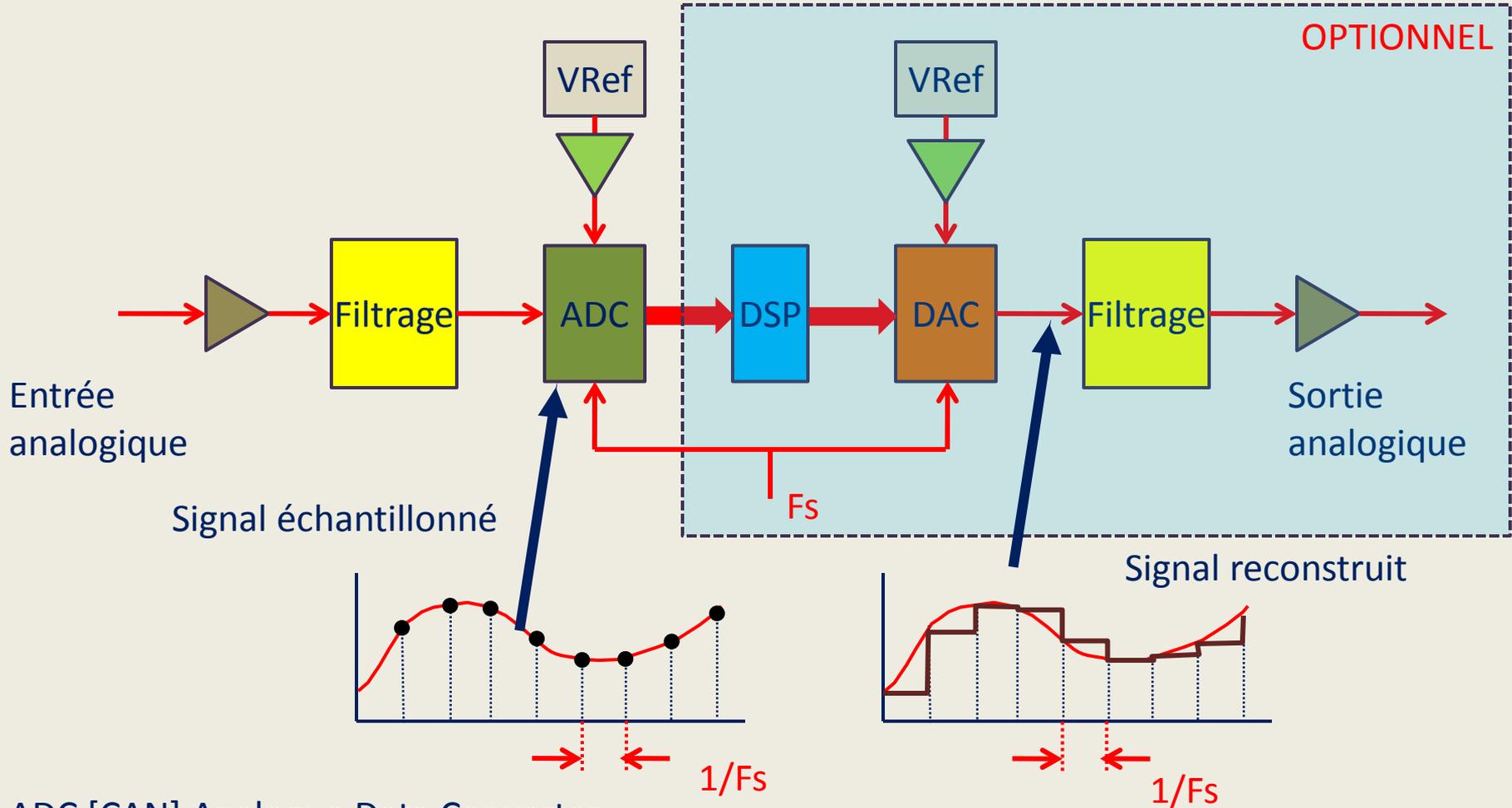


Conversion analogique-numérique

- Le signal analogique issu du capteur est conditionné par un système qui transforme la grandeur d'entrée en tension et l'amplifie si nécessaire. Le signal est ensuite converti en numérique afin d'être traité par un processeur.



La chaîne du signal



ADC [CAN] Analogue Data Converter
DAC [CNA] Digital to Analogue Converter

Caractéristiques des convertisseurs analogiques-numériques (1)

- La résolution correspond au nombre d'états utilisés pour coder le signal analogique.
 - Un convertisseur de N bits utilisera 2^N états.
 - Par exemple un convertisseur 12 bits utilisera $2^{12}=4096$ états.
 - Soit A_{max} la dynamique d'entrée $A_{max}=V_{max}-V_{min}$.
 - q est la plus petite quantité mesurable (pas de quantification)

$$q = \frac{A_{max}}{2^N}$$

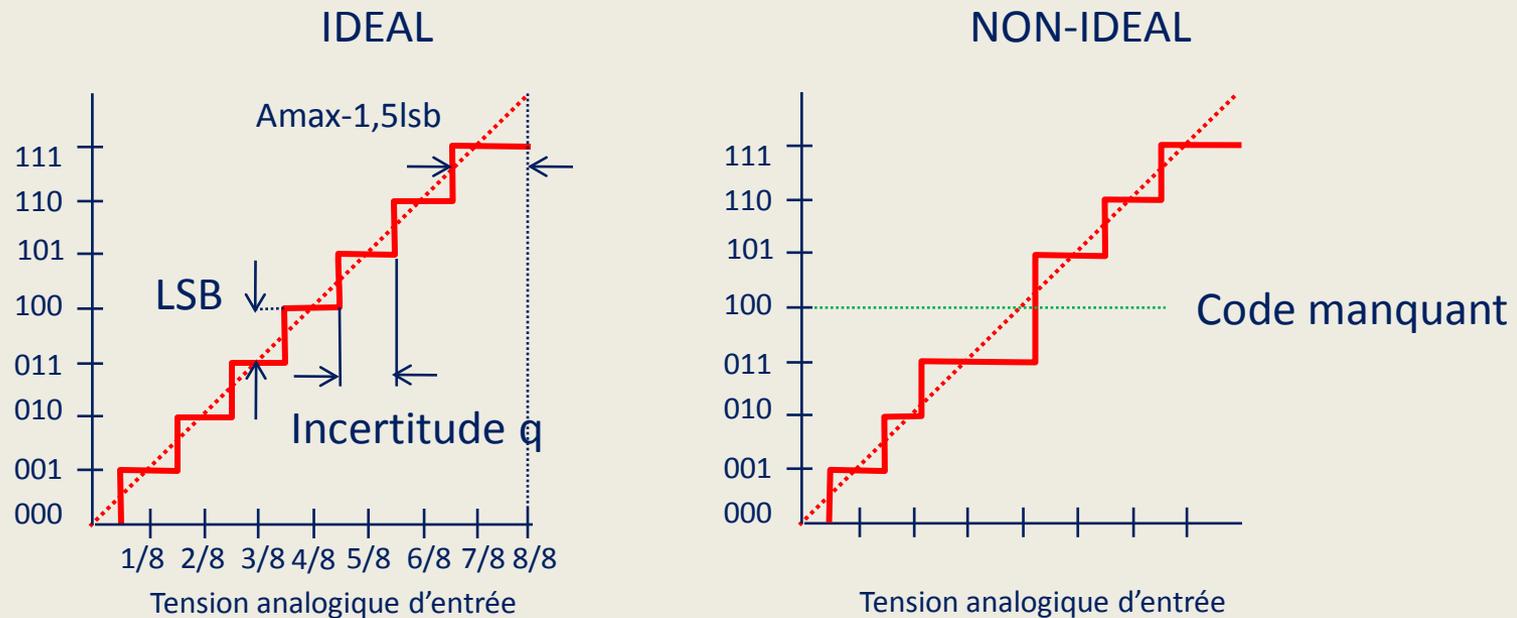
- La caractéristique est la courbe : $code=f(\text{signal d'entrée})$

Résolution des convertisseurs analogique-numérique

RESOLUTION N	2^N	VOLTAGE (10V FS)	ppm FS	% FS	dB FS
2-bit	4	2.5 V	250,000	25	-12
4-bit	16	625 mV	62,500	6.25	-24
6-bit	64	156 mV	15,625	1.56	-36
8-bit	256	39.1 mV	3,906	0.39	-48
10-bit	1,024	9.77 mV (10 mV)	977	0.098	-60
12-bit	4,096	2.44 mV	244	0.024	-72
14-bit	16,384	610 μ V	61	0.0061	-84
16-bit	65,536	153 μ V	15	0.0015	-96
18-bit	262,144	38 μ V	4	0.0004	-108
20-bit	1,048,576	9.54 μ V (10 μ V)	1	0.0001	-120
22-bit	4,194,304	2.38 μ V	0.24	0.000024	-132
24-bit	16,777,216	596 nV*	0.06	0.000006	-144

600nV correspond au bruit thermique (RMS) d'une résistance de 2.2K Ω à 25°C

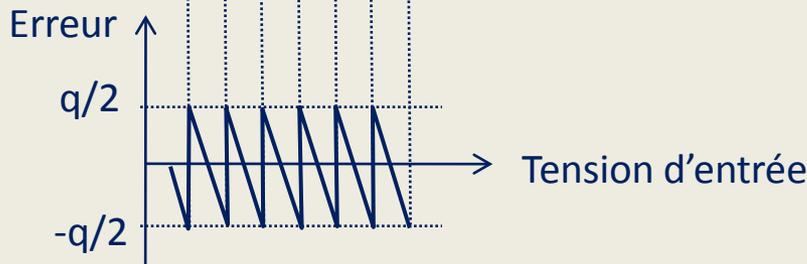
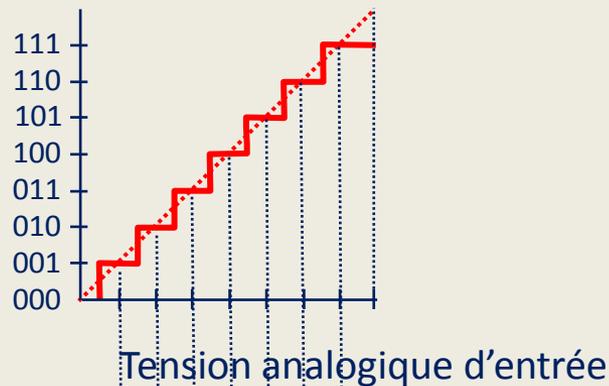
Caractéristiques des convertisseurs analogiques-numériques (2)



Exemple de caractéristique d'un convertisseur 3 bits.

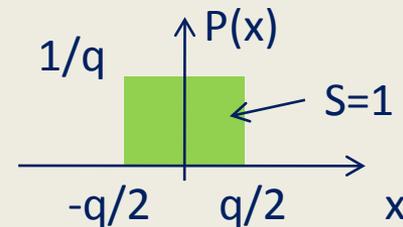
Caractéristiques des convertisseurs analogiques-numériques (3)

- Erreur
 - C'est l'écart par rapport à la droite idéale



Variance de l'erreur

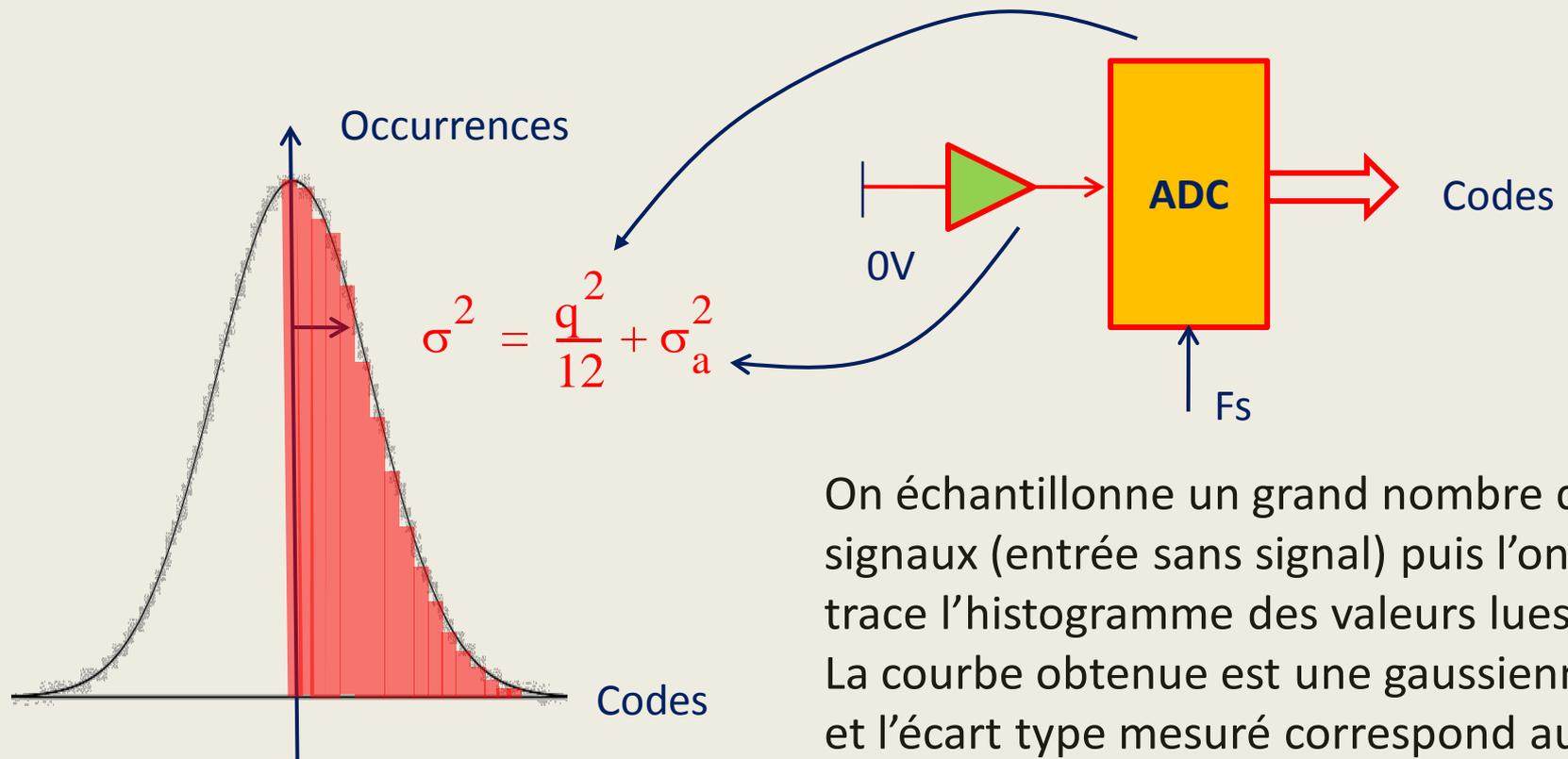
La loi de probabilité est une loi uniforme
 Considérons l'intervalle $[-q/2, +q/2]$:



$$\text{Var}(X) = \sigma^2(X) = \int_{-\frac{q}{2}}^{\frac{q}{2}} p(x)x^2 dx = \frac{1}{q} \int_{-\frac{q}{2}}^{\frac{q}{2}} x^2 dx = \frac{q^2}{12}$$

Caractéristiques des convertisseurs analogiques-numériques (4)

- Erreur, bruit de quantification et bruit global



On échantillonne un grand nombre de signaux (entrée sans signal) puis l'on trace l'histogramme des valeurs lues. La courbe obtenue est une gaussienne et l'écart type mesuré correspond au bruit de l'électronique.

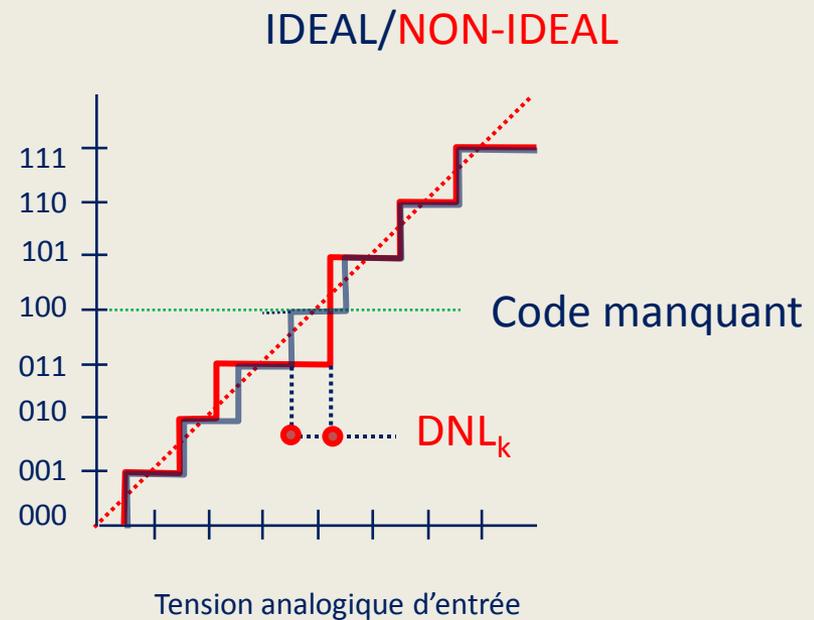
Caractéristiques des convertisseurs analogiques-numériques (5)

- La non-linéarité différentielle
 - Représente l'écart relatif entre la valeur effective du pas q_i et la valeur théorique.

$$DNL_k = \frac{\Delta q(k)}{q}$$

$$DNL = \max[DNL_k]$$

sur tous les k



Caractéristiques des convertisseurs analogiques-numériques (6)

- La non-linéarité intégrale

- Permet de qualifier la forme générale de la fonction de transfert du CAN. Ecart entre la droite de pente +1 et une transition.

- Valeur théorique : $E_k = \pm 1/2 \text{LSB}$

$$\text{INL}(k) = E(k) - \frac{1}{2} \text{LSB}$$

- Si $\text{INL}(k)=0$, il n'y a pas d'erreur de linéarité intégrale

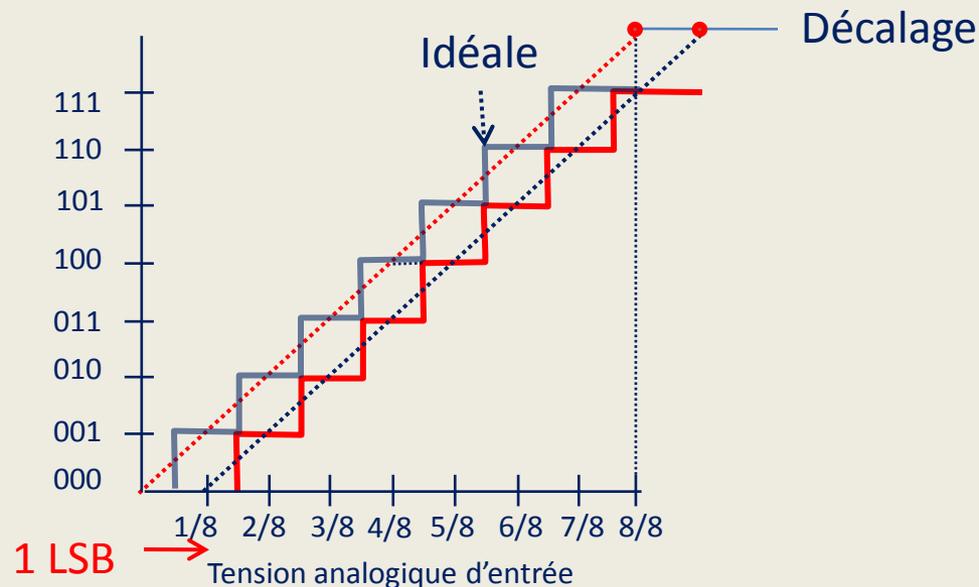
- En normalisant par rapport à q :

$$\text{INL}(i) = \sum_{k < i} \frac{\Delta q(k)}{q} = \sum_{k < i} \text{DNL}(k)$$

Caractéristiques des convertisseurs analogiques-numériques (7)

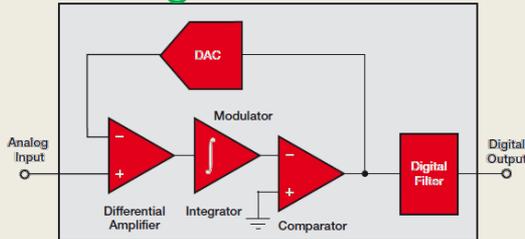
- L'erreur de décalage

- Ecart entre la première transition (code 0 à code 1) et la position idéale située à : $V_{in} = \frac{1}{2} \cdot \frac{V_{max}}{2^N}$ soit 0,5 LSB.



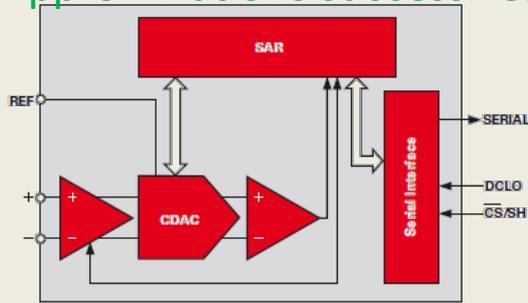
Architecture des convertisseurs analogiques-numériques

Sigma-Delta



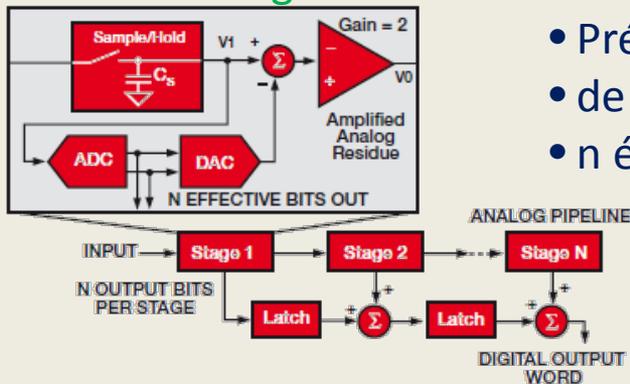
- Très précis ->31 bits (très haute résolution)
- Du continu à qq MS/S
- Sur-échantillonnage du signal et très forte corrélation entre échantillons

Approximations successives



- Précis 8->18 bits (de moyenne à haute résolution)
- < 10MS/S
- Méthode de dichotomie, nécessite un DAC et comparateur

Multi-étages



- Précis 8->16 bits (de faible à moyenne résolution)
- de 10MS/S à 1GS/S
- n étages de faible résolution

Plus lent Plus précis

Plus rapide Moins précis

Compatibilité électromagnétique

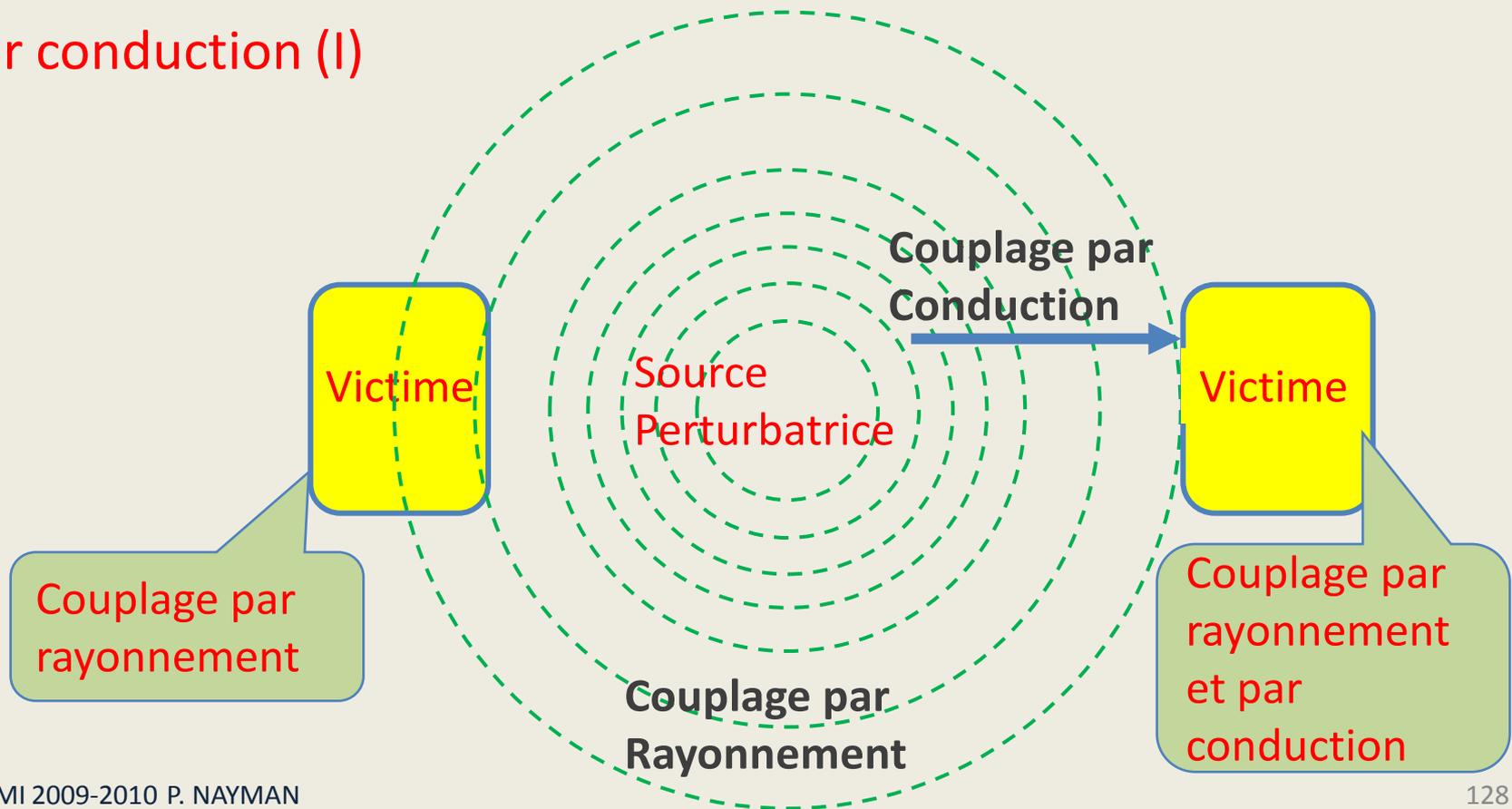
- Recouvre tous les aspects de la pollution électromagnétique d'un dispositif dans son environnement (ne pas polluer et ne pas être pollué).
 - La foudre, phénomène naturel, engendre une suite d'impulsions électromagnétiques intenses.
 - L'impulsion électromagnétique nucléaire du même type que celle de la foudre.
 - Les champs électromagnétiques induisent des tensions perturbatrices.
 - Les parasites industriels (machines tournantes, commutations de puissance).
 - L'auto perturbation.
 - Normes.

Les grandes classes de perturbations

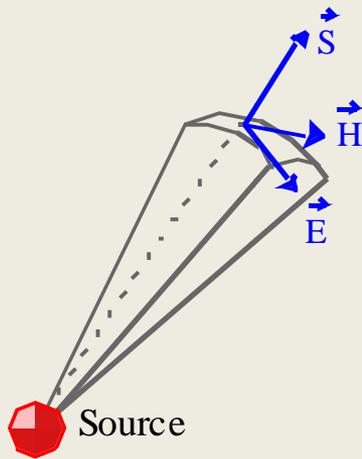
- Les perturbations peuvent être regroupées en 2 grandes classes :
 - Les perturbations rayonnées.
 - Rayonnement d'une onde électromagnétique.
 - Les perturbations conduites.
 - Injection de courants perturbateurs.

Modes de transmission des perturbations

- Par rayonnement (E, H)
- Par conduction (I)



Rappels sur le champ électromagnétique



- L'onde électromagnétique a 2 composantes :
 - Le champ \vec{E} (V.m^{-1})
 - Le champ \vec{H} (A.m^{-1})

En compatibilité électromagnétique (CEM), on considère les 2 composantes indépendamment.

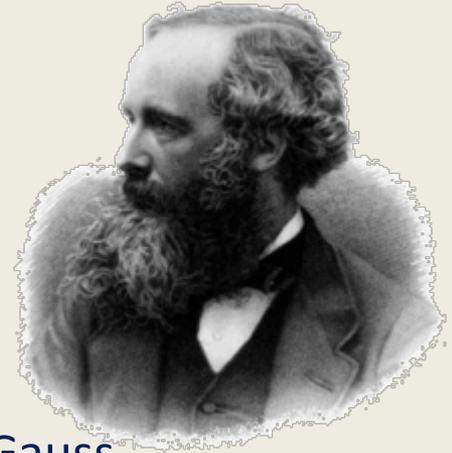
Le produit $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ est le vecteur de **Pointing** (puissance rayonnée).

Le vecteur \vec{S} (W.m^{-2}) définit la direction de propagation.

Le rapport E/H est homogène à une impédance : C'est l'impédance de l'onde (377Ω dans le vide).

Les équations de MAXWELL

Le champ électromagnétique est régi
par les équations de Maxwell



$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

Equation de Maxwell-Gauss

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

Equation de conservation du flux

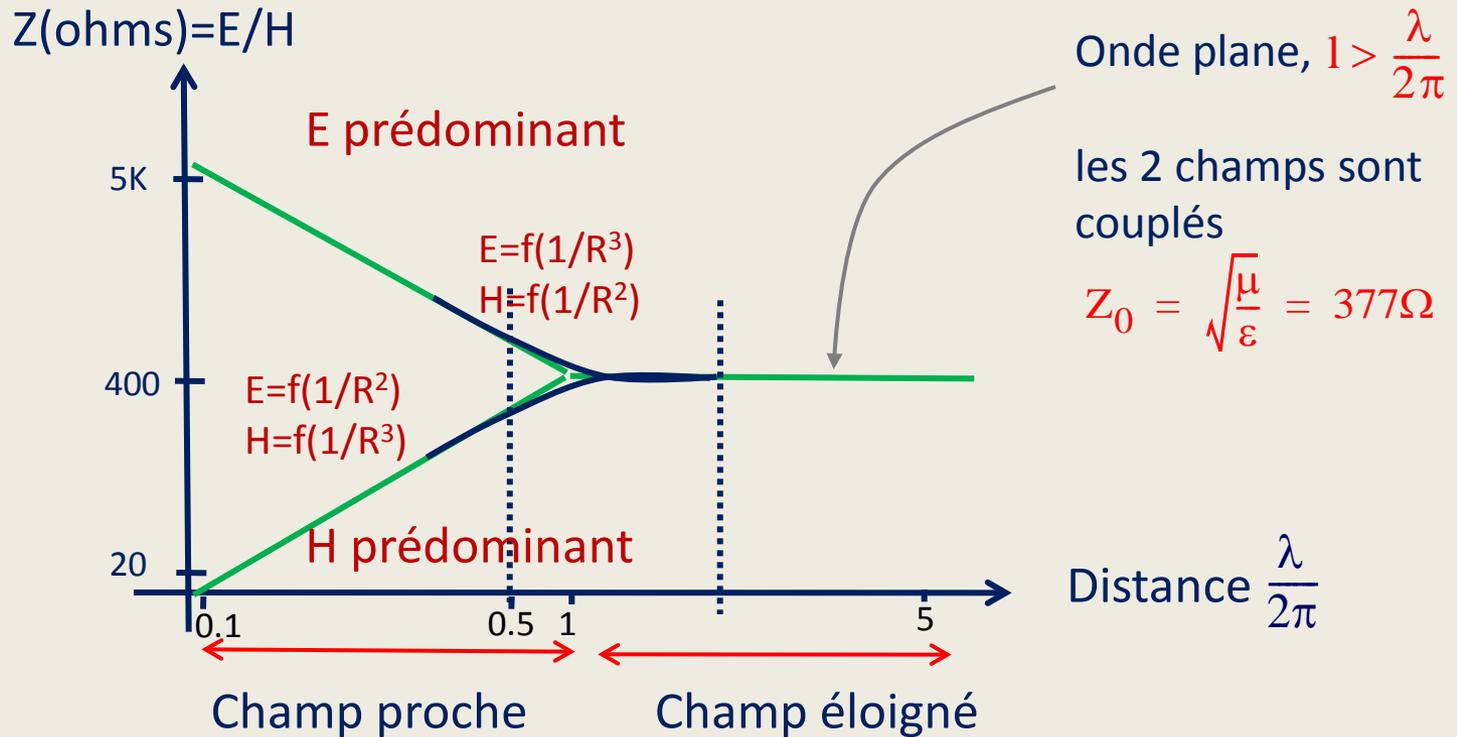
$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Equation de Maxwell-Faraday

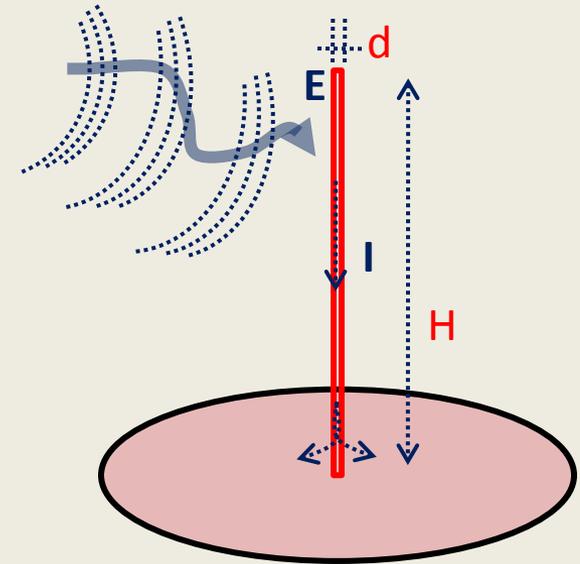
$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Equation de Maxwell-Ampère

Formation de l'onde électromagnétique



Couplage champ à fil



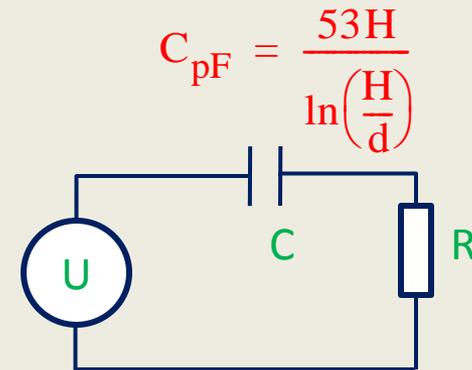
Un fil soumis à un champ E variable développe un courant I .

- Principe des antennes fouets.
 - Un fouet résonne en $\lambda/4$
 - Modèle BF possible pour $f < f_{rés}/2$

Hauteur effective de l'antenne : $H_e = \frac{U}{E}$

En BF $H_e = 0,5H$

U : force électromotrice délivrée par l'antenne
 E : champ électrique ($V.m^{-1}$)



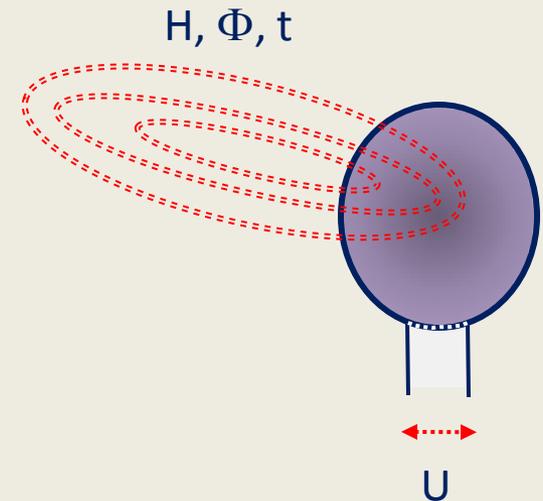
Couplage champ à boucle (1)

- Quelques rappels :

- Flux d'induction magnétique : $\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} \cdot \cos\theta$
- Loi de Lenz : $U = -\frac{d\Phi}{dt}$

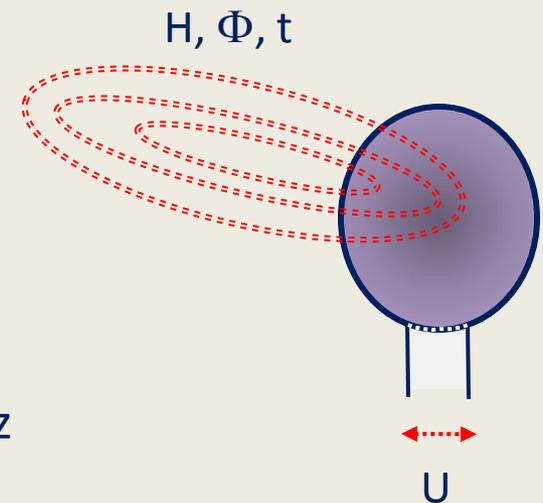
- On distingue 3 cas :

- BF : la plus grande dimension ($d < \frac{\lambda}{4}$)
- HF
- Hyperfréquences



Couplage champ à boucle (2)

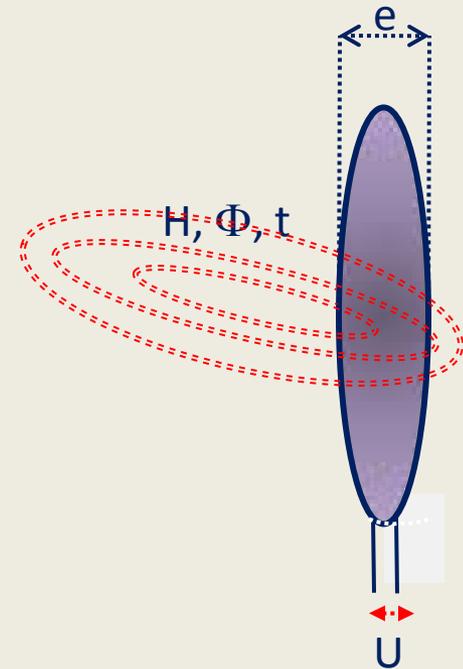
- Effet du champ magnétique dans une petite boucle en BF ($d < \frac{\lambda}{4}$)
 - En temporel (pour $\theta = \frac{\pi}{2}$) : $U = \frac{S\mu_0\Delta H}{\Delta t}$
 - En fréquentiel : $U = 2\pi f S\mu_0 H$
 - U tension induite en Volts
 - S surface de la boucle en m^2
 - f fréquence du champ magnétique en Hz



Couplage champ à boucle (3)

- Effet du champ magnétique dans une petite boucle (HF)
 - La distance e entre les 2 conducteurs est telle que $e < \frac{\lambda}{4}$
 - La tension ne croît plus avec la fréquence mais fluctue entre des minimas et des maximas :

$$U \approx 600eH$$



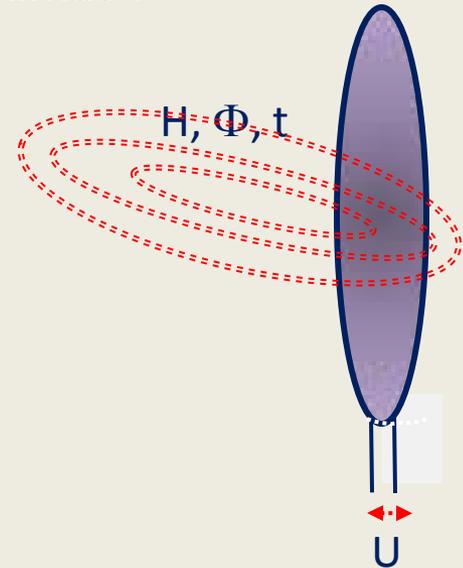
Couplage champ à boucle (4)

- Effet du champ magnétique dans une petite boucle (Hyperfréquence)

La tension fluctue entre des minimas et des maximas :

$$U \approx 0,4\lambda E$$

$$U \approx 150\lambda H$$



Couplage champ à boucle (5)

- Exemple 1*

Une décharge électrostatique de 15A à 30cm rayonne un champ magnétique de $8\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$. Le temps de montée de l'impulsion est de 1 ns, quelle est la tension induite dans une boucle de 1cm^2 ?

On suppose que la plus grande dimension de la boucle < distance du champ pendant 1 ns (30 cm) :

$$U = \frac{S \mu_0 \Delta H}{\Delta t}$$

$$U = 10^{-4} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{8}{10^{-9}} = 1\text{V} \cdot \text{cm}^{-2}$$

* d'après A. Charoy

Couplage champ à boucle (6)

- Exemple 2*

Une impulsion IEMN est déclenchée à 50Km d'altitude. L'impulsion à un temps de montée de quelques nano secondes, sa durée, à mi-hauteur est de quelques dizaines de nano secondes. Le champ crête peut atteindre $50\text{KV}\cdot\text{m}^{-1}$. Cette onde illumine une ligne téléphonique longue située à 6m de hauteur. Quelle est la tension entre la ligne et le sol ?

Cas d'un couplage saturé en longueur donc : $U \approx 600eH$

L'onde étant formée alors : $H = \frac{E}{377}$

$$H = \frac{50000}{377} = 133\text{A} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$U = 600 \cdot 6 \cdot 133 = 480\text{KV}$$

* d'après A. Charoy

Couplage champ à boucle (7)

- Exemple 3*

On place une carte électronique dans un four à micro-ondes vide. Quelle est la tension maximale induite entre pistes si le champ électrique à 2,45GHz atteint 10KV.m^{-1} ?

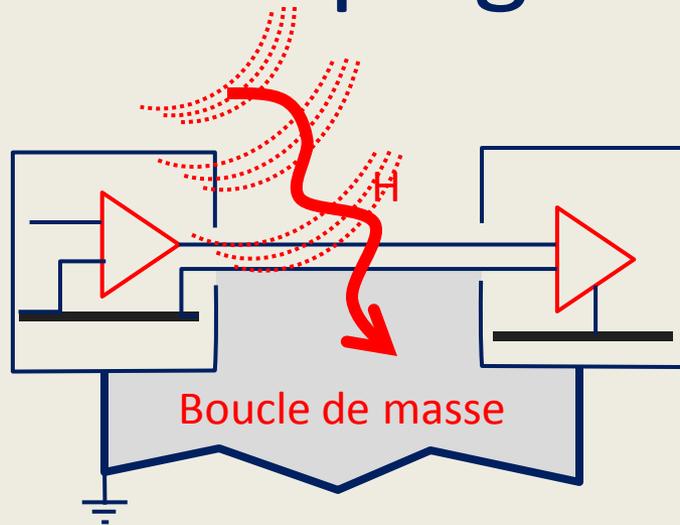
$$\lambda = \frac{300}{F_{\text{MHz}}} = \frac{300}{2450} = 12 \text{ cm}$$

$$U \approx 0,4\lambda E$$

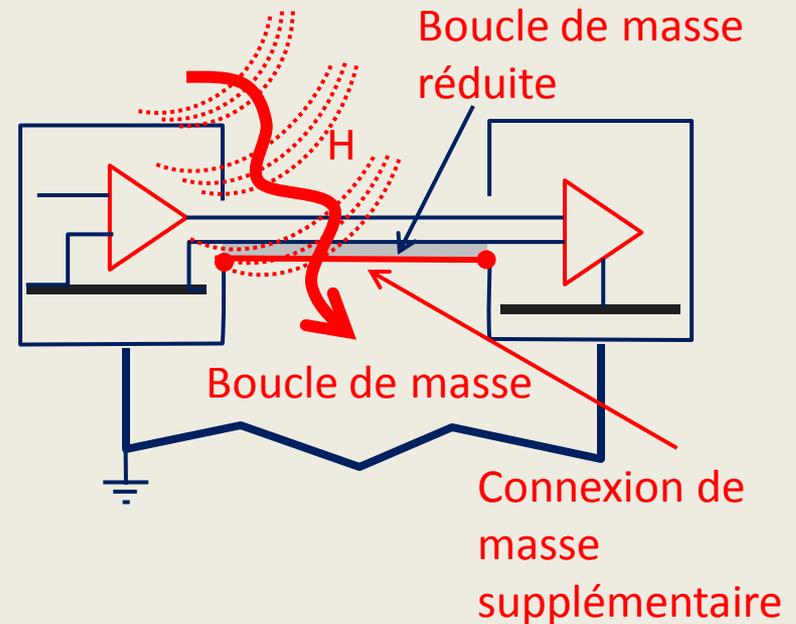
$$U = 0,4 \cdot 0,12 \cdot 10000 = 480 \text{ V}$$

* d'après A. Charoy

Couplage champ à boucle (8)



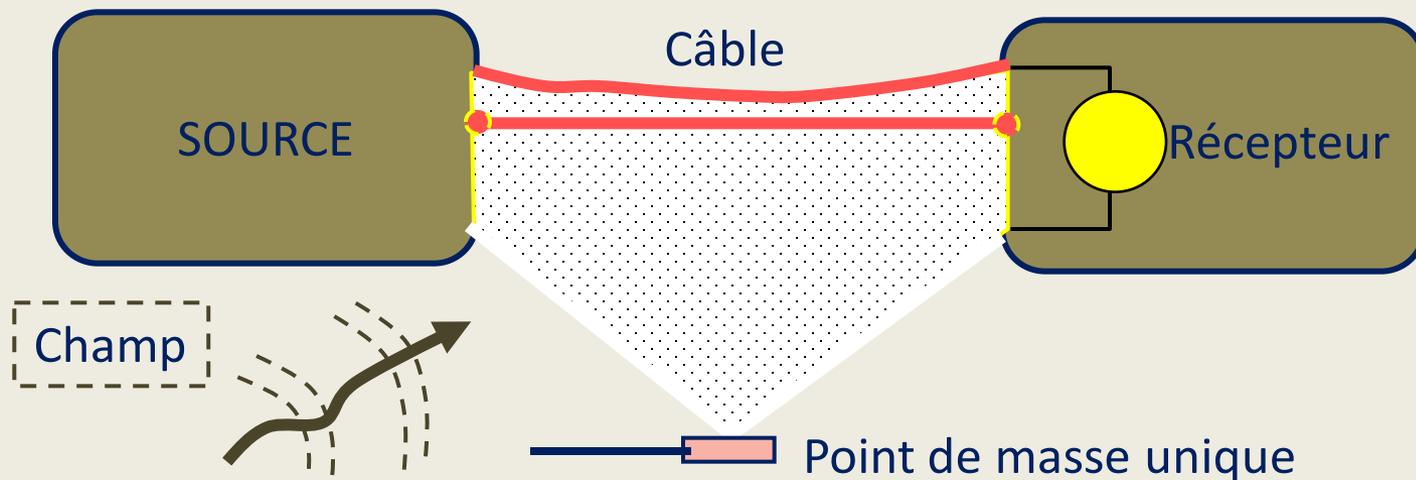
- La boucle de masse est importante
- La tension perturbatrice dépend de la surface de la boucle



- La boucle de masse est limitée par la connexion supplémentaire
- La tension perturbatrice est considérablement réduite

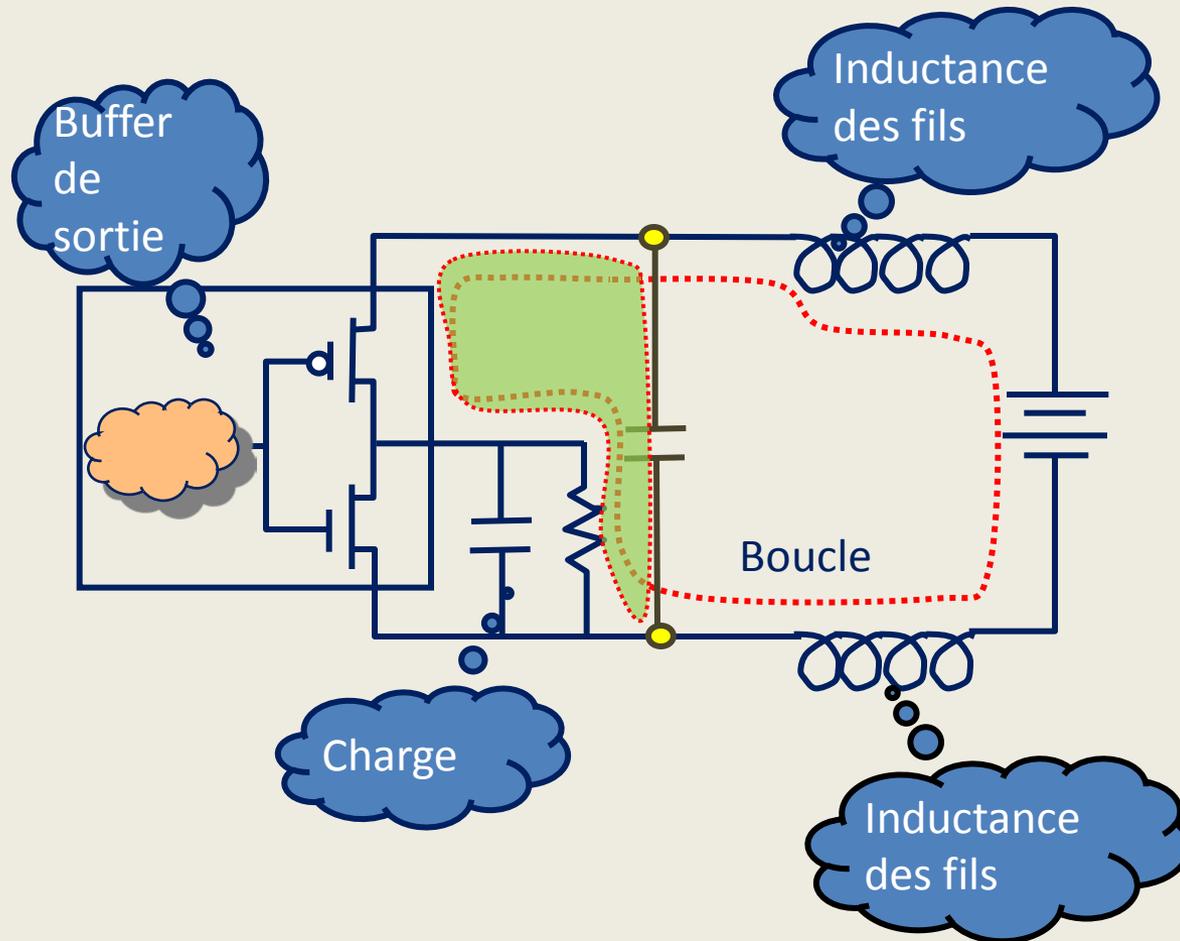
Couplage champ à boucle (9)

- Pour réduire le couplage champ à boucle, il est nécessaire de :
 - Réduire la surface des boucles en ajoutant un ou plusieurs câbles de masse.
 - Ne pas câbler les masses en étoile (augmentation des surfaces).



Connexions entre éléments

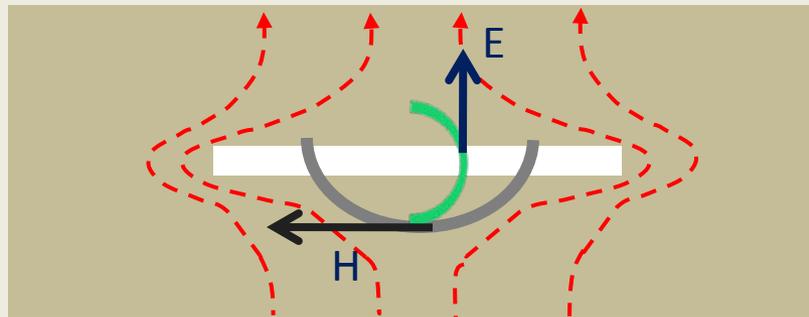
Sans condensateurs de découplage, la boucle initiale peut être importante



Rayonnement d'une fente

- Considérons une fente dans une surface conductrice

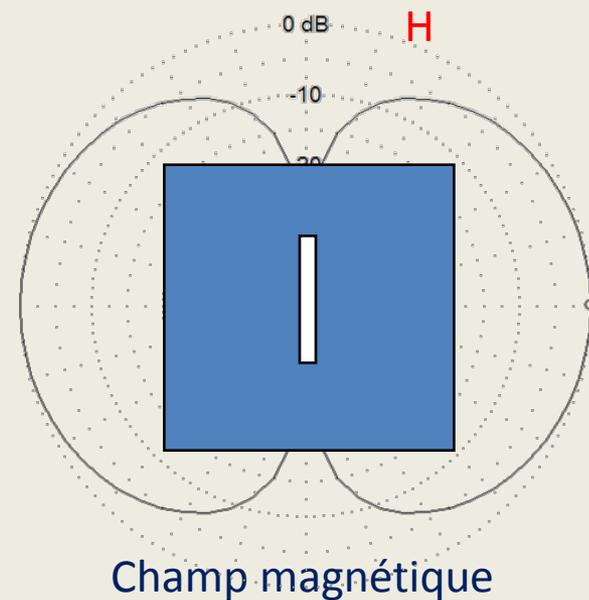
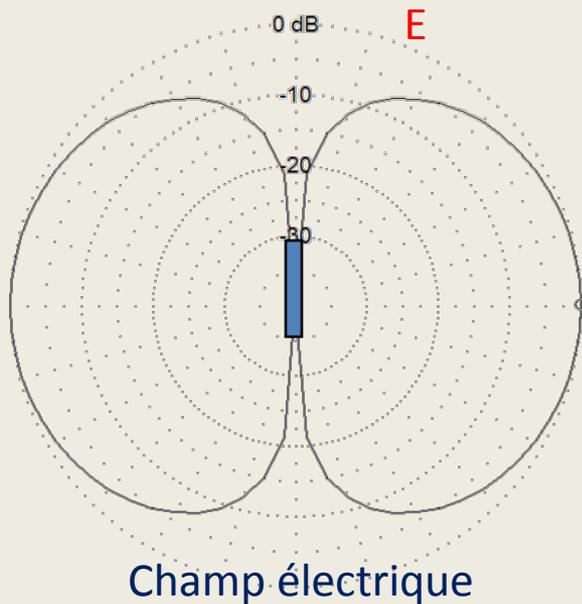
---> Lignes de courant



- La fente est équivalente à une inductance $L \sim 1\text{nH/cm}$
- La fente est une antenne qui rayonne champ E/H avec H prédominant

Fente dans un plan de masse (1)

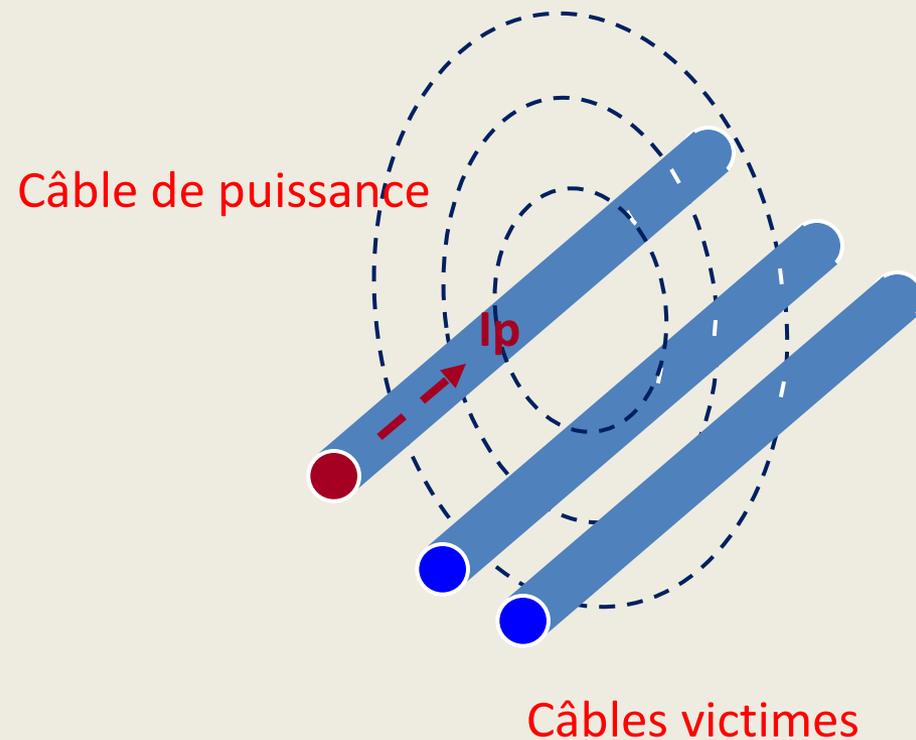
- Un plan de masse a une impédance faible s'il ne présente pas de fente.
- Une fente dans un plan de masse rayonne comme une antenne métallique complémentaire (avec les champs E et H inversés).
- **Il faut donc éviter de fendre un plan de masse !**



Couplage par rayonnement (1)

- Le courant I_p crée un champ magnétique qui rayonne sur les autres câbles par couplage inductif.

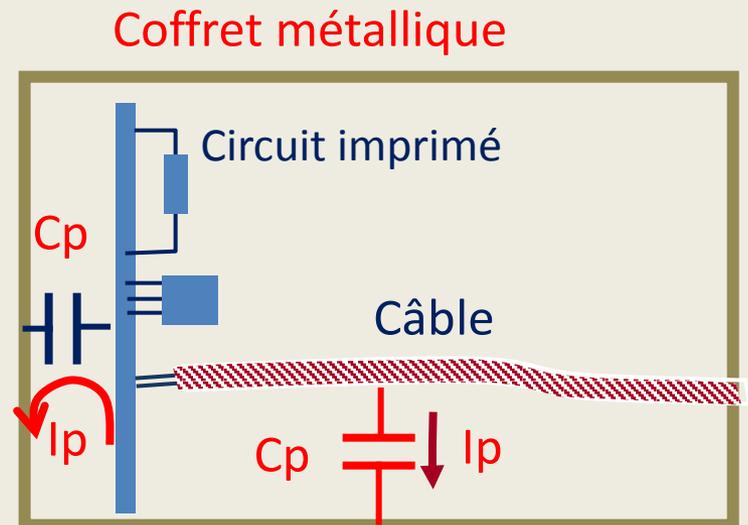
Une tension induite peut être gênante si le courant perturbateur est élevé ou de variation rapide.



Couplage par rayonnement (2)

- Exemple d'une électronique dans un coffret métallique. Il existe une capacité parasite :
 - entre le circuit imprimé et le boîtier,
 - entre le câble et le boîtier

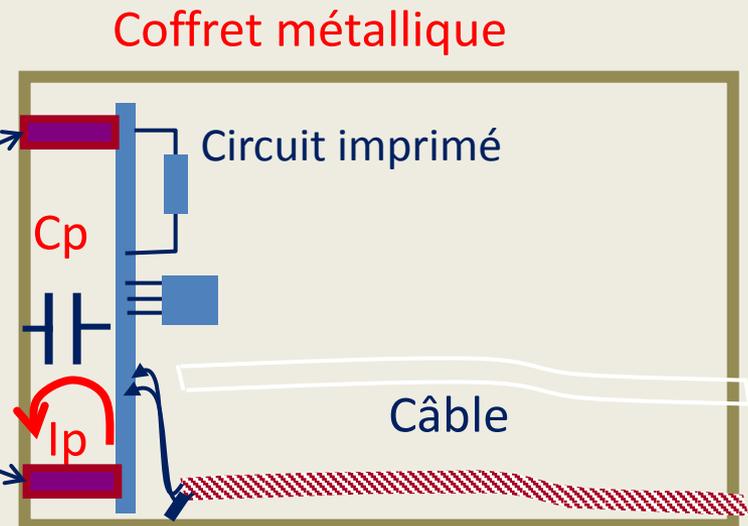
Toute différence de potentielle entre ces éléments engendrera un courant parasite par couplage capacitif.



Couplage par rayonnement (3)

- Pour améliorer ce montage...
Il faut limiter les capacités parasites :
 - entre le circuit imprimé et le boîtier,
 - entre le câble et le boîtier

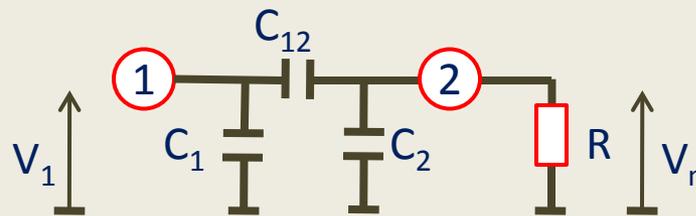
Colonnets métalliques
Reliant la masse électrique et
la masse mécanique.



Plaquer le câble ou mieux le blinder

Couplage capacitif

- Résulte de l'interaction d'un champ électrique.
 - Dominant lorsque l'impédance des circuits est élevée.



2 conducteurs 1 et 2 et différentes capacités de couplage.

Considérons une tension V_1 sur le fil 1, il en résulte une tension parasite sur le fil 2 :

$$V_n = \frac{C_{12}}{C_{12} + C_2} \times \frac{1}{1 + \frac{1}{iR(C_{12} + C_2)\omega}} \times V_1$$

si : $\frac{1}{iR(C_{12} + C_2)\omega} \gg 1$

$$V_n = i\omega RC_{12} V_1$$

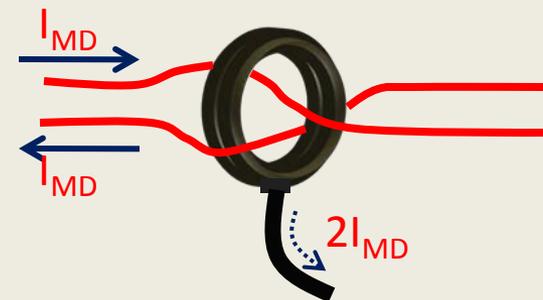
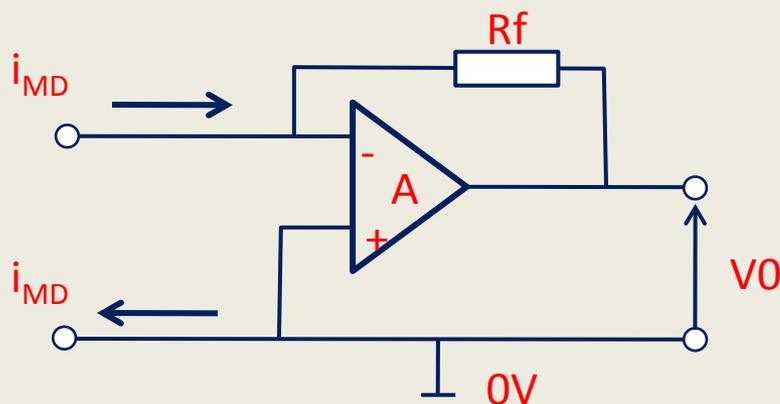
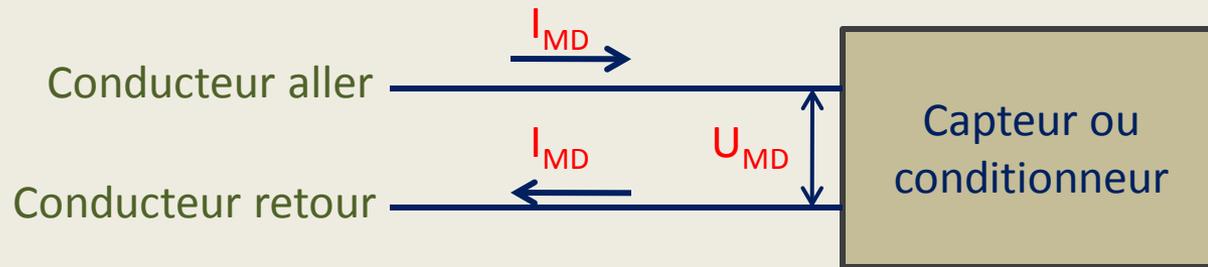
Les perturbations conduites

- Mode différentiel et mode commun
 - Le mode différentiel est le mode de propagation classique des signaux.
 - Mode normal ou mode symétrique.
 - Transmission sur 2 fils.
 - Le mode commun est le mode privilégié de propagation des courants parasites.
 - Mode parallèle, longitudinal ou mode asymétrique.

Le mode différentiel

U_{MD} est la tension différentielle.

I_{MD} circule en sens inverse dans les conducteurs aller et retour.



Une pince ampèremétrique permet
De mesurer les courants différentiels

La tension de mode commun

- L'amplificateur amplifie la tension $U_{MD} = e^- - e^+ = \varepsilon$

Dans une certaine mesure une tension commune sur e^- et sur e^+ sera rejetée.

Par contre les tensions e^- et e^+ ne peuvent pas excéder quelques dizaines de volts. On définit la tension de mode commun :

$$U_{MC} = \frac{e^+ + e^-}{2}$$

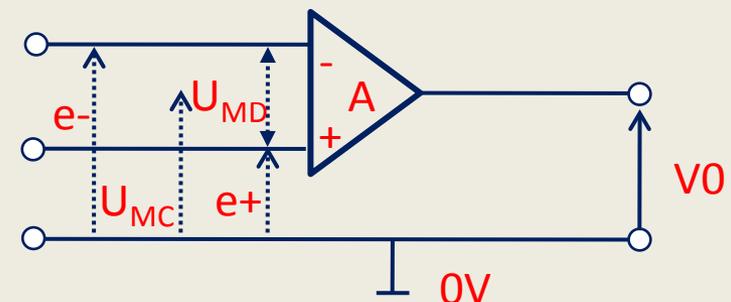
Le rapport $CMRR = \frac{U_{MC}}{U_{MD}}$ rapport de la tension de mode commun à la

tension résiduelle de mode différentielle définit l'aptitude du circuit à rejeter

le mode commun. La symétrie du circuit est d'autant meilleure que le rapport

est élevé. $CMMR$ est souvent exprimé en dB.

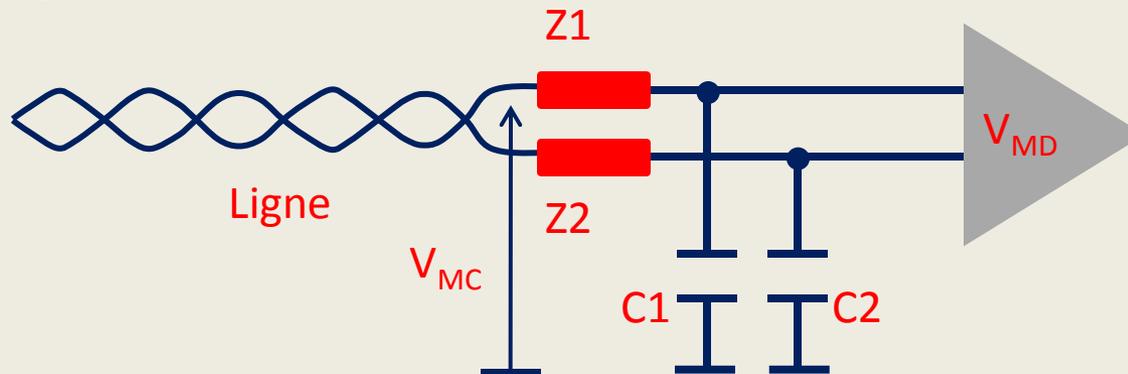
$$CMMR_{dB} = 20 \log \frac{U_{MC}}{U_{MD}}$$



Mode commun/Mode différentiel

- Le mode différentiel est le mode de propagation des signaux.
- Le mode commun doit être rejeté.

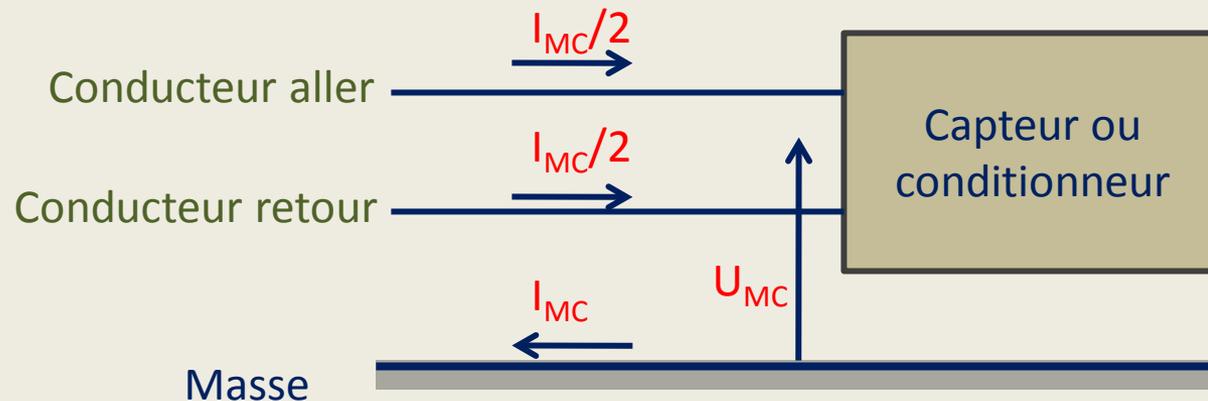
Attention un montage peut facilement transformée du mode commun en mode différentiel.



Un déséquilibre à l'entrée du circuit transforme du mode commun en différentiel ! Lorsque $Z_1=Z_2$ et $C_1=C_2$ $V_{MD}=0 \quad \forall V_{MC}$

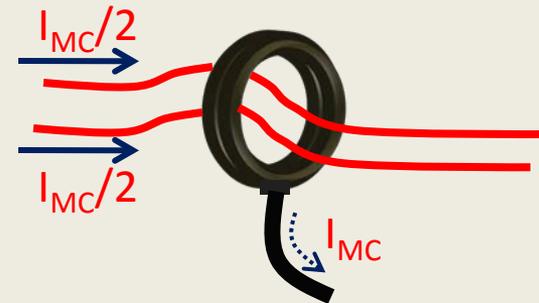
Les courants de mode commun (1)

- Les courants de mode communs sont des courants parasites.
- Le mode commun se propage dans tous les conducteurs dans le même sens.



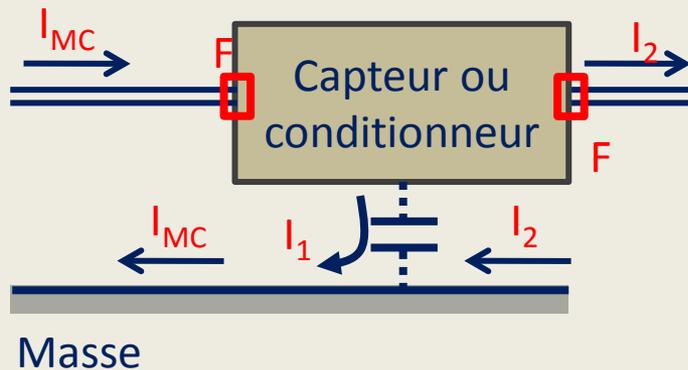
- Les courants de mode commun ressortent obligatoirement !

Une pince ampèremétrique permet
De mesurer les courants de mode commun



Les courants de mode commun (2)

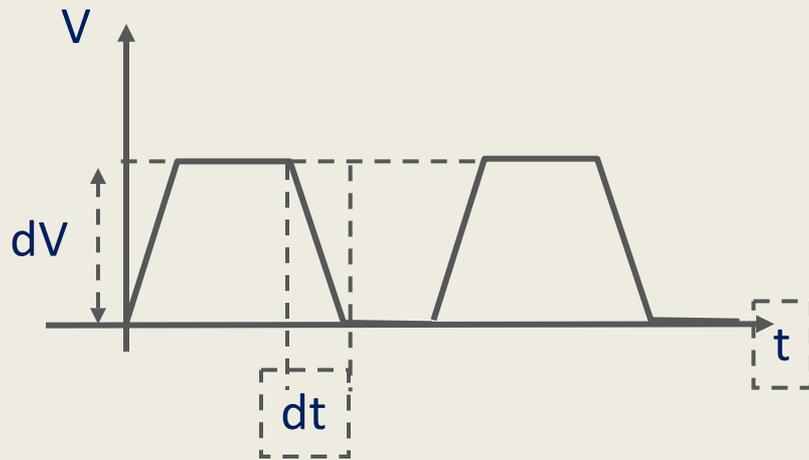
F : Filtres, Connecteurs métalliques reliés au boîtier



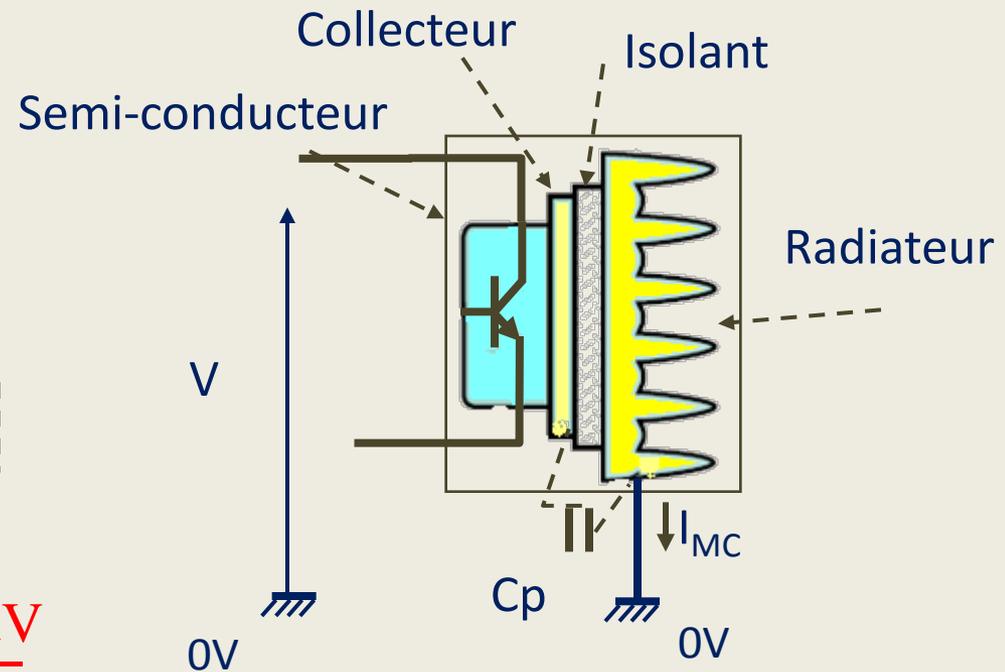
- **Boîtier isolé :**
 - Le courant I_{MC} entre dans le dispositif et le pollue.
 - Une partie du courant I_1 s'évacue par les capacités parasites, le reste du courant va polluer le dispositif relié au câble.
- **Boîtier relié en plusieurs points à la masse :**
 - Le courant I_{MC} est directement évacué dans la masse.
 - Le courant ne rentre pas dans le dispositif.

Exemple de source de perturbations conduites en électronique de puissance

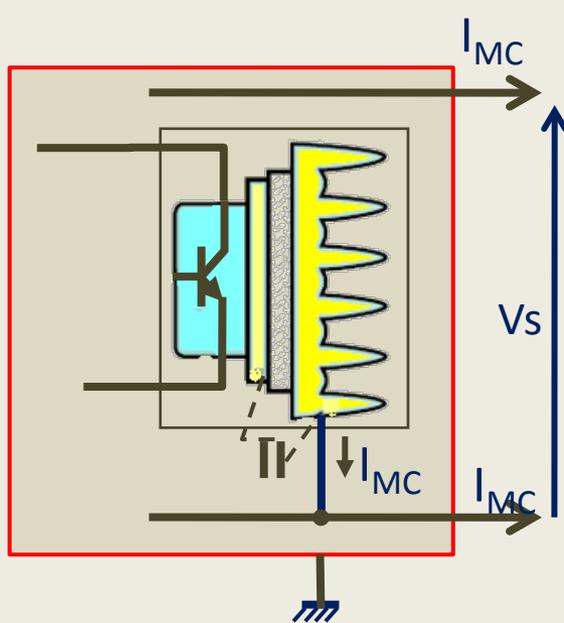
Exemple d'une alimentation à découpage



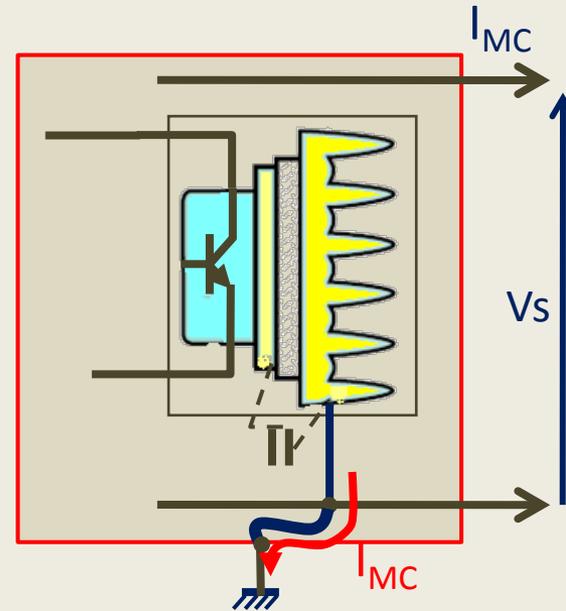
$$I_{MC} = C_p \frac{dV}{dt}$$



Exemple de source de perturbations conduites en électronique de puissance



Cas d'une alimentation flottante, le 0V électrique n'est pas relié à la masse mécanique



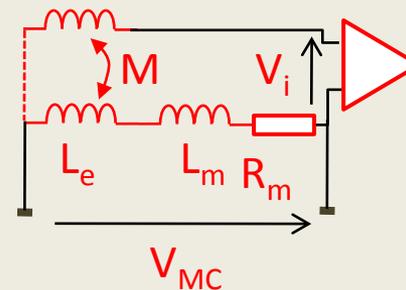
Cas d'une alimentation non flottante, le 0V électrique est relié à la masse mécanique, le courant I_{MC} est dirigé vers la masse

Le câble blindé (1)

- Le blindage d'un câble blindé est un écran **conducteur non magnétique**.
- Les lignes de courants sont **uniformes** le long de l'écran.
- Le flux magnétique à l'extérieur de l'écran sont **des cercles concentriques**.

Inductance de l'écran : $L_e = \frac{\Phi}{I_e}$

Comme le champ est nul à l'intérieur de la cavité centrale : $M = L_e$



La tension perturbatrice est causée par les termes L_m et R_m

$$V_{MC} = [R_m + i2\pi\nu(L_e + L_m)]I_e$$

$$\frac{V_{MC}}{V_i} = \frac{[R_m + i2\pi\nu(L_m + M)]}{R_m + i2\pi\nu L_m}$$

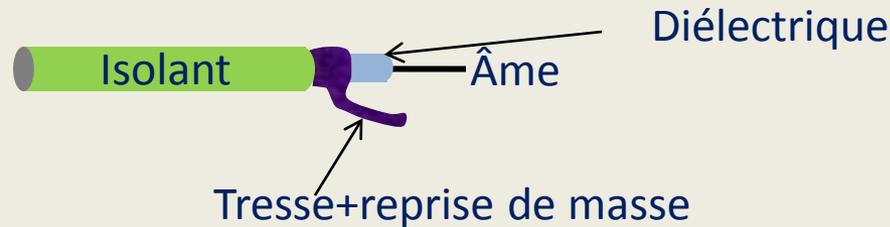
L_m : self de fuite de l'écran

R_m : résistance ohmique de l'écran

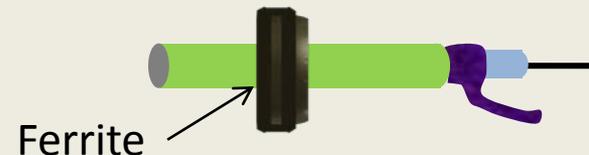
Le câble blindé (2)

$$\frac{V_{MC}}{V_i} = \frac{[R_m + i2\pi\nu(L_m + M)]}{R_m + i2\pi\nu L_m}$$

Si la fréquence augmente alors : $\frac{V_{MC}}{V_i} \approx \frac{L_m + M}{L_m}$



- Si L_m et R_m sont nuls, l'effet réducteur est total : le coaxial rejette la tension de mode commun.
- Une reprise de masse mal faite détruit l'effet réducteur.
- L'effet réducteur est d'autant plus élevé que la mutuelle est grande. Une ferrite sur le câble permet d'augmenter la mutuelle. Le signal utile n'est pas modifié (signaux aller et retour en sens inverse : le flux global est nul).

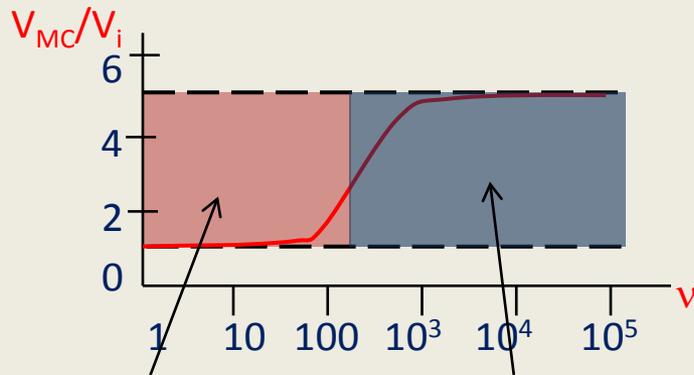


Le câble blindé (3)

- Exemple 1 :

$$R_m = 0,5 \Omega \cdot m^{-1},$$

$$L_m = 0,2 \mu H \cdot m^{-1}, M = 0,8 \mu H \cdot m^{-1}$$

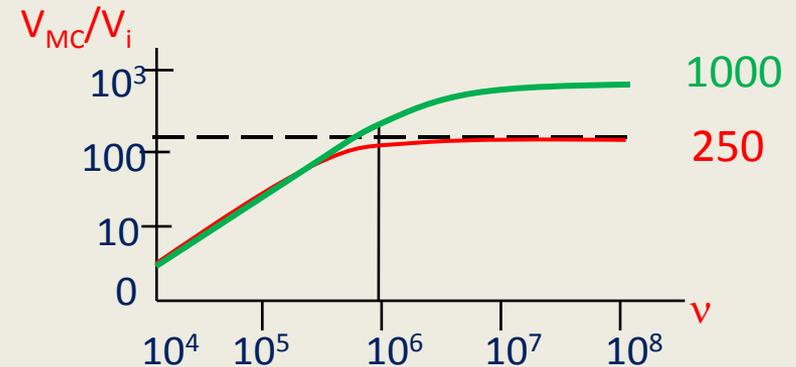


Non-réjection
en BF

Réjection en HF

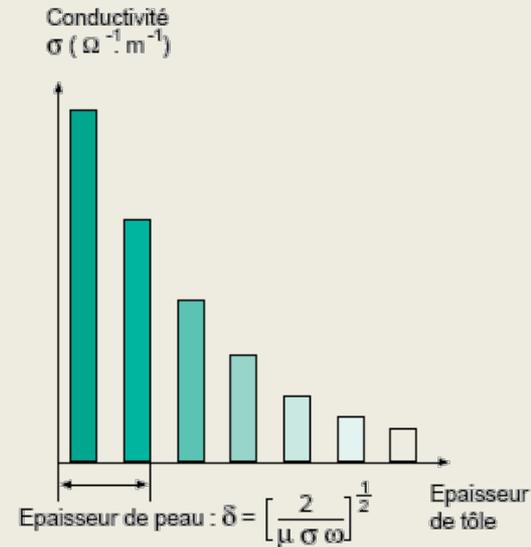
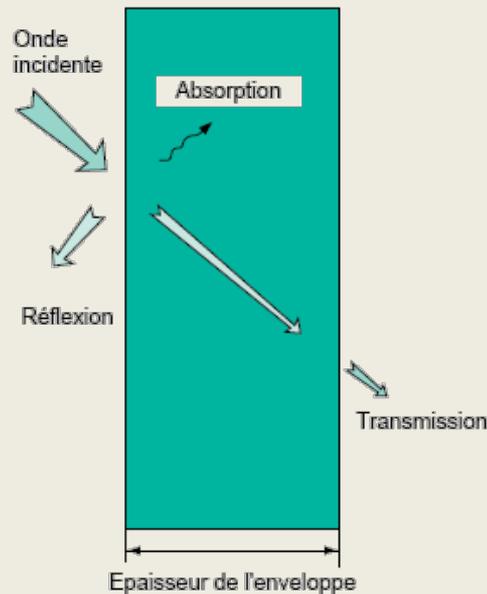
- Exemple 2 :

Même câble mais reprise de
masse de 1cm (10nH)



On dégrade la réjection d'un facteur 4

Les blindages de protection



Effet de peau

Le blindage doit être conducteur

Le champ magnétique est absorbé => beaucoup de matière nécessaire

Le champ électrique est réfléchi => simple tôle suffisante

Une fente dans un blindage rayonne !

Comment raccorder les câbles (1)

- La liaison entre le capteur et le conditionneur est fondamentale. La mesure peut être entachée de bruit et de parasites divers.

Liaisons filaires



À éviter, mauvais en BF (nécessite équipotentialité), mauvais en HF



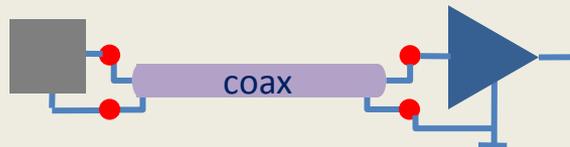
À éviter, bon en BF (risque de diaphonie), mauvais en HF



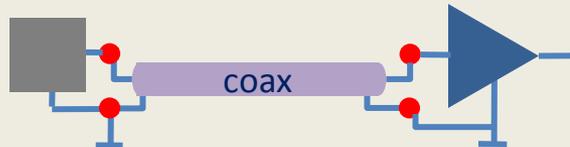
À éviter, bon en BF (risque de diaphonie), mauvais en HF

Comment raccorder les câbles (2)

Liaisons par câbles coaxiaux et paires



Bon en BF, mauvais en HF



Mauvais en BF (nécessite équipotentialité), bon en HF



Bon en BF, mauvais en HF



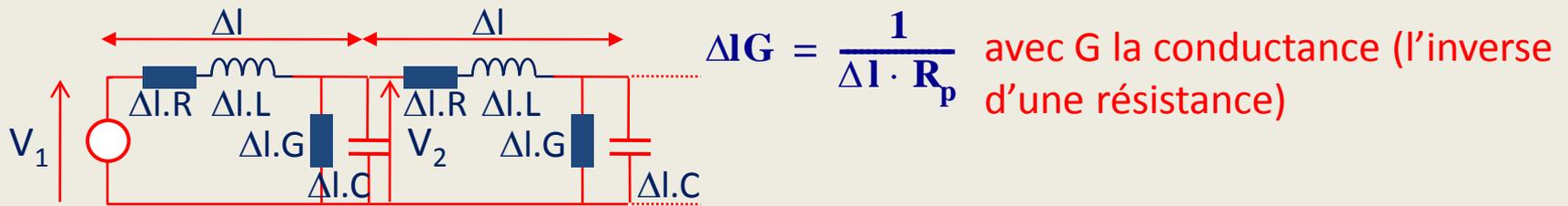
Bon en BF, bon en HF

Les lignes de transmissions

- Pour véhiculer un signal il est nécessaire d'utiliser un support physique.
- Ce support peut être considéré comme une ligne de transmission si la longueur d'onde du signal transporté est faible comparée à la longueur de la ligne.

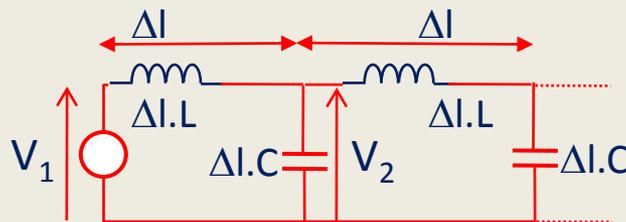
La ligne de transmission idéale (sans perte)

Cette ligne est constituée d'une infinité de cellules élémentaires de longueur Δl . Chaque élément est exprimé en unité de longueur.



Il faut multiplier R , L , C et G par Δl pour trouver la valeur des paramètres de la cellule de base de longueur Δl .

Dans le cas où la ligne de transmission est sans perte ($R=0$) le schéma équivalent se simplifie et devient uniquement selfique et capacitif.



L'impédance caractéristique de la ligne de transmission

On suppose que l'impédance d'entrée de la ligne et de la première cellule est Z_1 , l'impédance de la deuxième cellule est Z_2 , etc.

Si Δl est petit et la ligne longue devant Δl , alors on peut considérer que :

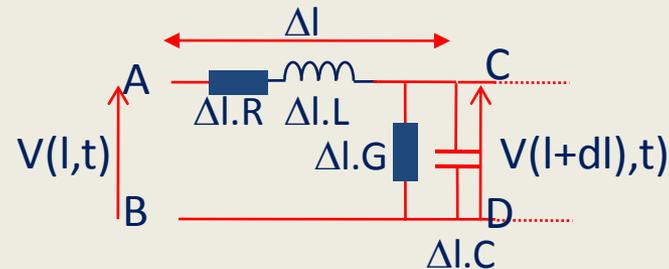
$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = \dots = Z_n$$

$$Z_1 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Z_1 est appelée impédance caractéristique de la ligne.

Pour une ligne sans perte, l'impédance caractéristique ne dépend ni de la fréquence, ni de la longueur de la ligne.

équations générales d'une ligne de transmission



On peut exprimer la variation de tension ΔV aux bornes de l'élément et le courant qui le traverse :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial l^2} = \mathbf{LC} \frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial t^2} + (\mathbf{LG} + \mathbf{RC}) \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{RGV}$$

C'est l'équation des télégraphistes en régime quelconque.

De même on trouve :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{I}}{\partial l^2} = \mathbf{LC} \frac{\partial^2 \mathbf{I}}{\partial t^2} + (\mathbf{LG} + \mathbf{RC}) \frac{\partial \mathbf{I}}{\partial t} + \mathbf{RGI}$$

Ligne sans perte (1)

Pour une ligne sans perte $\mathbf{R}=0$ et $\mathbf{G}=0$.

$$\frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial l^2} = \mathbf{LC} \frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial t^2}$$

C'est l'équation des radioélectriciens identique à l'équation des cordes vibrantes.

$$\frac{\partial^2 \mathbf{I}}{\partial l^2} = \mathbf{LC} \frac{\partial^2 \mathbf{I}}{\partial t^2}$$

Appliquons une onde sinusoïdale à l'entrée de la ligne :

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}(l) \cdot e^{i\omega t} \quad \text{avec} \quad \omega = 2\pi\nu$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial l^2} = -\omega^2 \mathbf{LC} \mathbf{V} = -\mathbf{k}^2 \mathbf{V} \quad \text{avec} \quad \mathbf{k}^2 = \omega^2 \mathbf{LC}$$

Les solutions de l'équation différentielle sont de la forme : $\mathbf{V}(l) = \mathbf{V}_1 e^{-ikl} + \mathbf{V}_2 e^{ikl}$

$$\mathbf{V}(l, t) = \mathbf{V}_1 e^{[i(\omega t - kl)]} + \mathbf{V}_2 e^{[i(\omega t + kl)]}$$

Ligne sans perte (2)

Cette expression représente une onde se propageant dans la direction **+l** et **une onde, qui correspond à une réflexion, dans la direction -l.**

k est le numéro de l'onde et **v** est dans ce cas la vitesse de propagation :

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Si les caractéristiques de la ligne de transmission sont homogènes le produit **LC** est indépendant de la longueur.

On exprime souvent le temps de propagation par unité de longueur :

$$T = v^{-1} = \sqrt{LC}$$

Les réflexions (1)

Considérons une ligne de transmission d'impédance caractéristique terminée par une impédance Z .



Soit f un signal quelconque appliqué à l'entrée de la ligne :

$$v = f(x - vt) + g(x + vt)$$

g est l'onde réfléchie.

La présence de réflexions peut avoir des conséquences importantes, pouvant engendrer des distorsions et des interférences avec le signal incident. En chaque point de la ligne, l'onde résultante v est la somme de l'onde incidente f et de l'onde réfléchie g .

Les réflexions (2)

Soit V_r et I_r la tension et le courant de l'onde réfléchie.

Posons : $\frac{V_r}{V_0} = -\frac{I_r}{I_0} = \rho$ le coefficient de réflexion.

$$Z = \frac{V_0 + V_r}{I_0 + I_r} = \frac{V_0}{I_0} \cdot \frac{1 + V_r/V_0}{1 + I_r/I_0} = Z_0 \cdot \frac{1 + \rho}{1 - \rho}$$

$$Z = Z_0 \cdot \frac{1 + \rho}{1 - \rho}$$

$$\rho = \frac{V_r}{V_0} = -\frac{I_r}{I_0} = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0}$$

Les réflexions (3)

Remarque : il est possible de définir un coefficient de réflexion à l'entrée de la ligne. Si Z_s est l'impédance de la source qui attaque la ligne :

$$\rho_i = \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0}$$

1- La ligne est adaptée : $Z_s = Z_0$ $\rho = 0 \Rightarrow V_r = 0$

Il n'y a pas d'onde réfléchie.

2- La ligne est ouverte : $Z = \infty$ $\rho = 1 \Rightarrow V_r = V_0$

L'onde réfléchie se superpose avec l'onde initiale.

3- La ligne est fermée sur un court-circuit :

$$Z = 0 \quad \rho = -1 \Rightarrow V_r = -V_0$$

L'onde réfléchie se retranche de l'onde initiale.

L'effet de « peau »

La répartition d'un courant continu dans un conducteur est uniforme par rapport à sa section. Pour un courant alternatif, la densité de courant n'est pas uniforme par rapport à la section du conducteur. L'épaisseur de cette peau dépend de la fréquence et du matériau composant le conducteur.

$$d = \frac{1}{\sqrt{\pi \nu \mu \sigma}}$$

d est l'épaisseur de la «peau» en mètre.

$\mu = \mu_0 \mu_r$ est la perméabilité magnétique en Henry/mètre.

σ est la conductivité du matériau en $[\Omega \cdot m^{-1}]$

Par exemple, pour le cuivre $\sigma = 5,85 \times 10^7$ ($\Omega \cdot m^{-1}$) $\mu = 4\pi \times 10^{-7}$ (**H/m**)

ν	50Hz	10KHz	1MHz	100MHz
d	9,2mm	0,65mm	0,065mm	6,5 μ

Réponse d'un câble avec pertes à un échelon de tension (1)

Si l'on tient compte de l'effet de «peau», la résistance par unité de longueur peut se mettre sous la forme :

$$\mathbf{R(p)} = \mathbf{Kp^{1/2}} \quad \text{avec} \quad \mathbf{p = i\omega}$$

\mathbf{K} est un paramètre indépendant de \mathbf{p} lié uniquement à la géométrie du câble.

On suppose une ligne de longueur \mathbf{l} terminée sur son impédance caractéristique.

$\delta = \sqrt{\mathbf{LC}}$ temps de propagation du câble par unité de longueur en ns/m

$\tau = \delta \mathbf{l}$ temps de propagation du câble en ns

$\mathbf{R_c} = \sqrt{\frac{\mathbf{L}}{\mathbf{C}}}$ l'impédance caractéristique du câble.

$\mathbf{T_{0.5}}$ est le temps nécessaire pour que le signal reçu atteigne $\frac{\mathbf{E}}{2}$

$$\mathbf{V(l, t)} = \mathbf{E} \cdot \left[\mathbf{1 - erf\left(\frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{T_{0.5}}}{t}\right)^{1/2}\right)} \right] \cdot \mathbf{\Gamma(t)}$$

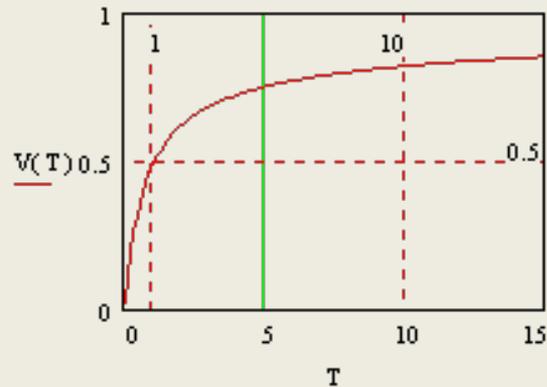
$\mathbf{\Gamma(t)}$ est l'échelon unité.

$\mathbf{T_{0.5}}$ est un paramètre qui ne dépend que de la géométrie du câble. augmente comme le carré de la longueur du câble.

Expression de $T_{0.5}$ comme une fonction des pertes

$$T_{0.5} = \frac{\alpha^2 l^2}{\pi v}$$

αl est l'atténuation totale du câble à la fréquence v exprimée en Népers/mètre.



Les différentes lignes de transmission

Les principales lignes de transmission sont :

- Le câble coaxial.
- La paire torsadée.
- Le fil au dessus d'un plan de masse.
- La ligne micro ruban de type «microstrip».
- La ligne micro ruban de type «stripline».

Le câble coaxial

Le câble coaxial est bien adapté pour transporter des signaux hautes fréquences. Le tableau indique la constante diélectrique des matériaux les plus utilisés en électronique.

MATÉRIAUX	CONSTANTE DIÉLECTRIQUE
Polyéthylène	2,28
Polytétrafluoréthylène	2,00
Polyéthylène cellulaire	1,6
Fluoréthylène propylène cellulaire	1,35 à 1,60
G10 époxy (circuits imprimés)	4,7
PTFE aéré 1,35	1,35

Le délai de propagation du câble coaxial est défini. On trouve pour un diélectrique classique en polyéthylène une valeur de $t_d \sim 5 \text{ ns/m}$.

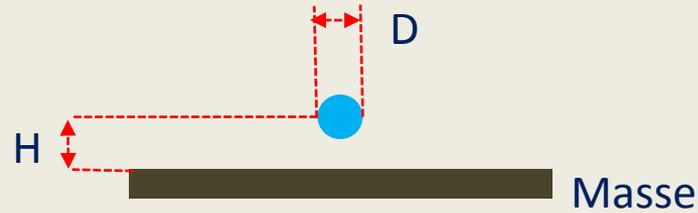
$$t_d = 3,33 \times \sqrt{\epsilon_r} \quad \text{ns/m}$$

La paire torsadée

Généralement, on utilise des paires torsadées dont l'impédance caractéristique est de **110Ω**. Cette impédance n'est pas très bien contrôlée et dépend de la régularité de la torsade et du fil utilisé.

Section du fil	Nombre de torsades par cm				
	1	2	3	4	5
20	43Ω	39Ω	35Ω		
22	46Ω	41Ω	39Ω	37Ω	32Ω
24	60Ω	45Ω	44Ω	43Ω	42Ω
26	65Ω	57Ω	54Ω	44Ω	43Ω
28	74Ω	53Ω	51Ω	49Ω	47Ω
30			49Ω	46Ω	47Ω

Fil sur un plan de masse



L'impédance caractéristique de cette ligne est voisine de 120Ω et peut varier dans des proportions importantes (+-40%) selon la hauteur par rapport au plan de masse ou la proximité d'autres fils.

$$Z_c = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{4H}{D} \quad (\Omega)$$

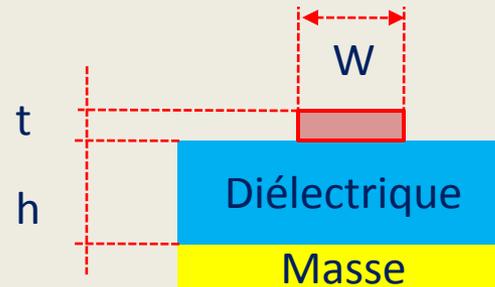
La ligne « microstrip » (1)

- La ligne «microstrip» est utilisée dans les circuits imprimés pour réaliser des lignes dont l'impédance caractéristique est bien définie.
- La ligne est constituée d'une piste de largeur W au dessus d'un plan de masse.

Si les paramètres géométriques de la ligne sont contrôlés, il est possible de prédire l'impédance de cette ligne avec une précision de $\pm 5\%$

La ligne « microstrip » (2)

L'impédance caractéristique de la ligne « microstrip » est : $Z_c = \frac{87}{\sqrt{\epsilon_r + 1,41}} \ln\left(\frac{5,98 \times h}{0,8 \times W + t}\right)$



Exemple : Cas d'une carte de circuit imprimé en fibre de verre époxy type G10. $\epsilon_r \approx 4,7$

Pour une ligne « microstrip » ayant les dimensions suivantes :

$W = 2,67\text{mm}$, $t = 0,035\text{mm}$, $h = 1,5\text{mm}$

alors $Z_c \approx 50\Omega$

La ligne « microstrip » (3)

Le délai de propagation d'une ligne « microstrip » est donné par :

$$t_d = 3,33 \times \sqrt{0,45\varepsilon_r + 0,67} \quad \text{ns/m}$$

Ce temps de propagation est indépendant de la géométrie de la ligne mais dépend uniquement du matériau. Par exemple, pour de l'époxy G10 : $\varepsilon_r \approx 4,7$ et $t_d = 5,56 \text{ ns/m}$

Remarque : Dans une ligne « microstrip » l'onde se propage dans deux milieux différents l'air et le diélectrique. Utilisée avec des signaux très rapide, il est possible de voir un précurseur.

La ligne « stripline » (1)

La ligne « stripline » tout comme la ligne « microstrip » est utilisée dans les circuits imprimés pour réaliser des lignes dont l'impédance caractéristique est bien définie. La ligne « stripline » correspond à une piste de circuit imprimé comprise entre deux plans conducteurs de référence (masse par exemple).

Si les paramètres géométriques de la ligne sont contrôlés, il est possible de prédire l'impédance de cette ligne avec une précision de $\pm 5\%$

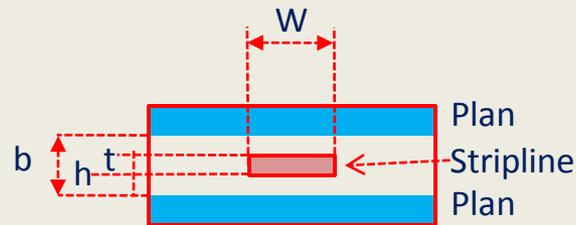
Dans le cas où : $\frac{W}{b-t} < 0,35$ et $\frac{t}{b} < 0,25$

la valeur de l'impédance caractéristique est :

$$Z_c = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \left(\frac{4b}{0,67\pi W \left(0,8 + \frac{t}{W} \right)} \right)$$

La ligne « stripline » (2)

Par exemple, si $\epsilon_r \approx 5,5$, $t=0,035\text{mm}$, $h=1,34\text{mm}$, $W=0,3\text{mm}$ alors : $Z_c = 75\Omega$



Le délai de propagation d'une ligne «stripline» est donné par l'équation

:

$$t_d = 3,33 \times \sqrt{\epsilon_r} \quad \text{ns/m}$$

Effet de chargement d'une ligne de transmission

Charger une ligne de transmission modifie l'impédance caractéristique et le délai de propagation.

Si la capacité de la charge par unité de longueur est C_d , en remplaçant C_0 par (C_0+C_d) : nouveau délai de propagation et la nouvelle impédance caractéristique.

Le nouveau délai t'_d de propagation est défini par :

$$t'_d = t_d \times \sqrt{1 + (C_d/C_0)}$$

Le chargement d'une ligne a pour effet d'augmenter le délai de propagation.

La nouvelle impédance caractéristique Z'_c est définie par :

$$Z'_c = \frac{Z_c}{\sqrt{1 + (C_d/C_0)}}$$

Le chargement d'une ligne a pour effet de diminuer son impédance caractéristique.

Condition nécessaire pour adapter une ligne de transmission

Une ligne de transmission doit être adaptée si elle est longue devant le temps de montée des signaux.

L'adaptation est nécessaire si : $l > \frac{t_r}{2 \times t_d}$

avec :

t_r le temps de montée des signaux.

t_d le délai de la ligne par unité de longueur.

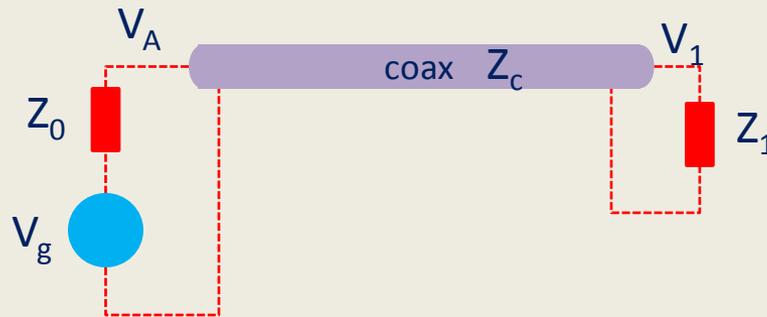
Par exemple, une ligne de délai 5ns/m doit véhiculer des signaux dont le temps de montée est de 2ns. Il faut adapter la ligne pour une longueur supérieure à $\frac{2}{2 \times 5} = 0,2\text{m}$

Réponse à un échelon de tension

Le signal reçu en bout d'une ligne de transmission dépend de la charge présente.

Si Z_l est la charge $\rho_1 = \frac{Z_l - Z_c}{Z_l + Z_c}$ est le coefficient de réflexion à la sortie.

On suppose que la ligne est adaptée en entrée, il n'y a donc pas de réflexion en tête de ligne. On suppose que t_0 est le délai de la ligne et $V_A = \frac{V_g}{2}$



La première colonne représente l'onde à l'entrée du câble et la seconde colonne, l'onde à la sortie du même câble. Pour chaque montage, on indique la charge utilisée en sortie du câble.

